R

P.

Math F 626

Mathesis. Geometria applicata
444.

R

Vorübungen
zur
practischen und theoretischen
Geometrie
für Kinder.

Zum Gebrauch für Lehrer welche keine Mathematiker sind.

(Mit sieben Kupfertafeln.)

Göttingen,
bey Johann Christian Dieterich.
1791.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Vorübungen zur Geometrie müssen nicht allein den Nutzen haben, daß Kinder dadurch den Gebrauch des Zirkels, des Parallellineals und der Reißfeder lernen, und damit Figuren zeichnen deren Nutzen sie nicht kennen; sondern es muß nach und nach der Gebrauch der Figuren durch Anwendung des verjüngten Maßstabes auf die practische Geometrie gezeigt werden. Zu dem Ende ist es nöthig die Aehnlichkeit der Figuren durch den Gebrauch

zweyer verschiedenen Maßstäbe zu zeigen, damit dadurch die Begriffe des Feldmessens entwickelt worden. — Dieses ist die Absicht gewesen welche man durch diese wenige Bogen zu erreichen gesucht hat: und es wird daher nicht unnütz seyn, wenn die große Anzahl der Bücher, welche für Kinder seit einigen Jahren geschrieben sind, durch dieses kleine Werk vermehret wird. Die eigene Erfahrung des Verfassers so wohl beym Unterrichte junger Leute als auch seine Uebung in der Feldmeßkunst, hat die Wahl der Aufgaben in diesem Werke bestimmt; und er hofft weder etwas überflüssiges darin angeführt noch etwas wichtiges ausgelassen zu haben. — Daß der Titel dieses Buchs solches zum Gebrauch für Lehrer bestimmt, welche

keine

keine Mathematiker sind, scheint sich gar wohl zu rechtfertigen, wenn man bedenkt: daß der größte Theil der Lehrer bey Kindern von der Art ist und doch so manche Aeltern wünschen, daß ihre Kinder von der Geometrie etwas lernen möchten, welches sie für sich aus Büchern zu studiren selten Geduld und oft auch nicht Fähigkeit genug haben.

Wenn diese Vorübungen mit gutem Erfolg durchgearbeitet sind; so kann vorerst mit der Wolffischen und Kästnerischen Geometrie fortgefahren werden den theoretischen Theil dieser Wissenschaft zu erlernen. Die Feldmeßkunst selbst aus Büchern allein zu erlernen wird alle Mahl schwer halten; und es wäre immer sicherer, nach dem was dieses Werk-

chen zur Vorbereitung darüber enthält, gleich die Arbeit auf dem Felde vorzunehmen. Sollten einsichtsvolle Männer an diesem Plane etwas auszusetzen finden, so bittet man solches durch den Weg der gelehrten Zeitungen bekannt zu machen; und kann jeder Recensent versichert seyn, daß niemand mehr nach vernünftiger Belehrung sich sehnt als

der Verfasser.

Inhalt.

Einleitung.

Zur Notiz für den Lehrer.

Erklärungen.

§. 1. Was ein Körper ist.
§. 2. Was eine Fläche ist.
§. 3. Was eine Linie ist.
§. 4. Was der Punct ist.
§. 5. Was messen heißt.
§. 6. Was der Maßstab ist.
§. 7. Wie vielerley Maße es gibt.
§. 8. Fernere Abtheilung der Maße.
§. 9. Was die Meßkunst oder Geometrie ist.
§. 10. Wie vielerley Linien es gibt.
§. 11. Vom Kreise.
§. 12. Was Parallellinien sind.
§. 13. Was ein Winkel ist und wie seine Theile heißen.
§. 14. Was eine Perpendicular-Linie ist.
§. 15. Wie vielerley Winkel es gibt.

§. 16. Wie die Größe eines Winkels bestimmt wird.
§. 17. Wie die Größe eines Winkels durch Zahlen bestimmt wird.
§. 18. Wie viel Grade ein rechter Winkel hat.
§. 19. Was und wie mancherley eine geometrische Figur ist.
§. 20. Von der Kreisfläche und ihren Theilen.
§. 21. Wie vielerley Triangel es gibt.
§. 22. Von den Vierecken.
§. 23. Von den Vielecken oder Polygonen.
§. 24. Von gleichen und ähnlichen Figuren.

Aufgaben.

§. 25. Mit einer gegebenen Linie eine oder mehrere Parallellinien zu ziehen.
§. 26. Ueber einer gegebenen Linie aus einem gegebenen Puncte eine Perpendicular-Linie zu ziehen.
§. 27. Am Ende einer gegebenen Linie eine Perpendicular-Linie aufzurichten.
§. 28. Eine gerade Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.
§. 29. Durch drey gegebene Puncte, welche aber nicht in gerader Linie liegen müssen, einen Kreis zu beschreiben.

§. 30. Einen Winkel zu zeichnen welcher so groß ist wie ein anderer gegebener Winkel.

§. 31. Nach einer gegebenen Linie einen gleichseitigen Triangel zu zeichnen.

§. 32. Aus zwey gegebenen Linien einen gleichschenkligen Triangel zu machen.

§. 33. Aus drey gegebenen Linien einen Triangel zu machen.

§. 34. Aus zwey gegebenen Linien und einem gegebenen Winkel einen Triangel zu zeichnen.

§. 35. Aus zwey gegebenen Linien einen rechtwinkligen Triangel zu zeichnen.

§. 36. Aus einer gegebenen Linie und zwey Winkeln einen Triangel zu zeichnen.

§. 37. Nach einer gegebenen Linie ein Quadrat zu zeichnen.

§. 38. Aus zwey gegebenen Linien ein Oblongum zu zeichnen.

§. 39. Nach einer gegebenen Linie und einem gegebenen Winkel einen Rhombum zum zeichnen.

§. 40. Aus zwey gegebenen Linien und einem gegebenen Winkel einen Rhomboides oder verschobenes Oblongum zu zeichnen.

§. 41. Nach den vier Seiten und der Diagonale ein Trapezium zu zeichnen.

§. 42. Nach den gegebenen Seiten eines Vielecks und zwey Diagonalen weniger als Seiten sind, das Vieleck gleichförmig zu zeichnen.

§. 43. Von Zeichnung der regulären Vielecke und und besonders vom Sechsecke.

§. 44. Ein Vieleck von vielen Seiten durch Hülfe einer einfachen geometrischen Figur nachzuzeichnen.
§. 45. Eine krummlinige Figur zu zeichnen, welche einer andern vorgegebenen völlig gleich ist.
§. 46. Einen verjüngten Maßstab zu zeichnen.
§. 47. Eine gewisse Anzahl Ruthen von dem zehntheiligen Maßstab abzunehmen.
§. 48. Eine gegebene Linie auf dem zehntheiligen Maßstabe zu messen.
§. 49. Eine gegebene Linie auf dem hundertthei-ligen Maßstabe zu messen.
§. 50. Einen Winkelmesser oder Transporteur zu zeichnen.
§. 51. Einen Winkel auf dem Papiere mit dem Transporteur auszumessen.
§. 52. Einen Winkel nach gegebenen Graden durch Hülfe des Transporteurs aufs Papier zu tragen.
§ 53. Einen gleichseitigen Triangel nach dem verjüngten Maßstabe zu zeichnen, dessen Seite in Zahlen gegeben ist.
§. 54. Einen gleichschenkligen Triangel nach dem verjüngten Maßstabe zu zeichnen, dessen Seiten in Zahlen gegeben worden.
§. 55. Einen ungleichseitigen Triangel nach der Manier zu zeichnen.
§. 56. Wie viel Grade die drey Winkel in einem Triangel zusammen betragen.

Von

§. 57. Wie viel die äußern Winkel in einem Vieleck zusammen betragen.

§. 58. Die Winkel und Seiten eines Triangel auf dem Papier auszumessen, und solchen nach diesen gefundenen Maßen auf ein anderes Papier zu zeichnen oder aufzutragen.

§. 59. Die Seiten und Winkel eines Vielecks auf dem Papiere auszumessen und solche Figur darnach auf ein anderes Papier zu zeichnen oder aufzutragen.

§. 60. Ein Vieleck durch Hülfe des Parallellineals abzutragen.

§. 61. Ein Vieleck aus einem darin angenommenen Puncte geometrisch abzutragen.

§. 62. Ein Vieleck von vielen Seiten durch Hülfe einer einfachern Figur geometrisch abzutragen.

§. 63. Eine krummlinige Figur, vermittelst einer einfachern Figur geometrisch abzutragen.

Von ähnlichen Figuren und deren geometrischer Zeichnung.

§. 64. Zwey verjüngte Maßstäbe von verschiedener Größe.

§. 65. Wiederhohlung des Begriffs der Aehnlichkeit und fernere Erläuterung darüber.

§. 66. Einen Triangel zu zeichnen der einem andern gegebenen ähnlich ist.
§. 67. Ein Trapezium zu zeichnen das einem andern gegebenen ähnlich ist.
§. 68. Ein Vieleck durch Hülfe der Diagonalen zu zeichnen, das einem andern gegebenen ähnlich ist.
§. 69. Ein Vieleck nach den Maßen der Seiten und Winkel zu zeichnen, das einem andern gegebenen ähnlich ist.
§. 70. Ein Vieleck von vielen Seiten zu zeichnen welches einem andern gegebenen ähnlich ist.
§. 71. Eine geschlossene krummlinige Figur zu zeichnen, welche einer andern vorgegebenen ähnlich ist.

Von Ausrechnung der Figuren.

§. 72. Worin die Decimal-Rechnung besteht.
§. 73. Was die Decimal-Rechnung für Vortheile hat.
§. 74. Wie viel kleinere Quadrate in einem größern enthalten seyn können.
§. 75. Ein Oblongum zu untersuchen, wie viel Quadratfüße es enthalten könne.
§. 76. Den Flächen-Inhalt eines jeden Quadrats auszumessen.

§. 77. Den Quadrat-Inhalt eines jeden Oblongi auszumessen.
§. 78. Wie aus dem Quadrat-Inhalte eines Rectanguli der Inhalt eines rechtwinkligen Triangels folgt.
§. 79. Wie aus dem Quadrat-Inhalte eines rechtwinkligen Triangels der Quadrat-Inhalt eines spitzwinkligen Triangels folgt, welcher mit ersterm gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.
§. 80. Wie ferner aus dem Inhalte eines spitzwinkligen Triangels der Inhalt eines Rhombi gefunden wird; und aus dem Inhalte einer Rhomboidal-Figur der Inhalt eines stumpfwinkligen Triangels folgt.
§. 81. Alle Triangel welche gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben, sind einander am Inhalte gleich.
§. 82. Ein ungleichseitiges Viereck (Trapezium) auszurechnen.
§. 83. Den Inhalt eines jeden Vielecks durch Triangel auszurechnen.
§. 84. Den Inhalt eines Vielecks durch Parallel-Trapezia auszurechnen.
§. 85. Den Inhalt einer krummlinigen Figur durch Parallellinien auszurechnen.
§. 86. Wie der Quadrat-Inhalt einer Kreisfläche ausgerechnet wird.

§. 87. Aus dem Halbmesser und dem Bogen eines Sectors den Quadrat-Inhalt des Sectors auszurechnen.
§. 88. Aus dem Quadrat-Inhalte eines Rectanguli und der einen Seite desselben, die andere Seite zu berechnen.
§. 89. Aus dem Inhalte eines Triangels und der Länge seiner Grundlinie, die Höhe desselben zu berechnen.

Von Verwandelung der Figuren.

§. 90. Worin die Verwandelung der Figuren besteht.
§. 91. Ein Quadrat in ein Oblongum zu verwandeln.
§. 92. Ein Oblongum in einen Triangel zu verwandeln.
§. 93. Einen rechtwinkligen Triangel in einen spitzwinkligen und einen spitzwinkligen in einen stumpfwinkligen zu verwandeln.
§. 94. Ein Trapezium in einen Triangel zu verwandeln.
§. 95. Ein irreguläres Fünfeck in einen Triangel zu verwandeln.
§. 96. Der Pythagorische Lehrsatz.
§. 97. Ein Quadrat zu machen das so groß ist wie zwey andere gegebene; oder zwey Quadrate in eins zu verwandeln.

Von Theilung der Figuren.

§. 98. Einen Triangel in verschiedene gleiche Theile zu theilen, so daß die Theilungslinien in eine Spitze zusammen laufen.

§. 99. Ein irreguläres Viereck (Trapezium) in zwey gleiche Theile zu theilen.

§. 100. Ein Trapezium in 3 gleiche Theile zu zertheilen, so daß die Theilungslinien so viel möglich parallel laufen.

§. 101. Ein Vieleck in verschiedene Theile zu theilen welche eine gewisse Proportion unter einander haben.

Die Stereometrie oder Ausmessung der Körper.

§. 102. Was ein Cubus oder Würfel ist und wie solcher ausgemessen wird.

§. 103. Was ein Parallelepipedum ist und wie solches ausgemessen wird.

§. 104. Was ein Prisma ist und wie solches ausgerechnet wird.

§. 105. Vom Cylinder und wie solcher ausgerechnet wird.

§. 106. Was eine Pyramide ist und wie solche ausgerechnet wird.

§. 107. Was ein Kegel oder Conus ist und wie solcher ausgerechnet wird.
§. 108. Von der Kugel und wie solche ausgerechnet wird.
§. 109. Nähere Anweisung zur Bildung der Körper aus Pappe und was solche Arbeit für Nutzen haben könne.

Ein-

Einleitung.

Zur Notiz für den Lehrer.

Um mit Kindern von 8 bis 12 Jahren die Geometrie nach Anleitung dieses Buchs durchzugehen, und dadurch den Weg zur wahren demonstrativen so wie zur eigentlichen practischen Geometrie zu bahnen, wird es erforderlich seyn, daß man zu dem Ende sich einige Instrumente anschaffe, welche gewöhnlich in den so genannten Reißzeugen oder Bestecken anzutreffen sind. Da aber ein gutes mathematisches Besteck nicht leicht unter 5 bis 10 Rthlr. zu haben ist, welches für manchen eine lästige Ausgabe seyn kann; so wollen wir vorerst die allernöthigsten Stücke hier einzeln anzeigen, damit auch Unvermögende (als welchen zu Nutzen auch dieses ganze Buch mit der möglichsten Einschränkung in Betreff der Figuren eingerichtet ist) im Stande seyn mögen diese geometrischen Vorübungen durchzumachen.

Es ist demnach aufs wenigste hierher zu rechnen:

1) Ein guter Zirkel, worein auch statt des einen Schenkels eine Reiß- und Bley-Feder gesteckt werden kann.

2) Ein Parallel-Lineal, so wie Fig. 25. abgebildet ist. Es besteht nähmlich aus einem Lineal a und einem rechtwinkligen triangelförmigen Bretchen b. Beide Stücke müssen von festem und trocknem Holze und etwa eines starken Messerrückens dick seyn.

3) Eine ordinäre Bleyfeder von guter Qualität.

4) Eine Stange gemeiner Tusche, welche man für ein Paar Groschen gewöhnlich kaufen kann.

5) Ein so genannter **Transporteur** oder Winkelmesser.

Da zu seiner Zeit gelehrt werden wird leztern selbst zu verfertigen, so kann man dessen Anschaffung allenfalls vorerst entbehren, bis einmahl ein ganzes Besteck gekauft wird.

Ich finde es aber aus der Erfahrung dienlich, daß man Kinder die sämmtlichen Aufgaben vorerst bloß mit der **Bleyfeder** durchmachen lasse, damit sie erst die Fertigkeit sich erwerben mit den Instrumenten gehörig umzugehen, welches wirklich im Anfange oft zu schwer hält, als daß gleich der Gebrauch der Tusche mit dabey genommen werden könnte. Denn beym Gebrauch der Tusche gerathen die Figuren nicht so gut, und die Arbeit macht den Kindern daher viel weniger Vergnügen.

In Ansehung der hier folgenden Erklärungen wird es nöthig und nützlich seyn, daß man selbige mit Kindern so oft wiederhohlt, bis ihnen so wohl die Nahmen als auch die Eigenschaften und Kennzeichen der Figuren recht geläufig sind, so daß sie bey den Nahmen gleich die Kennzeichen, und umgekehrt bey den Kennzeichen der Figuren gleich die Nahmen derselben gehörig anzugeben wissen. Denn es ist sehr begreiflich, daß die Gestalt einer jeden Figur alsdann dem Kinde gleich vorschwebt wenn es nur den Nahmen höret; und eine Figur zu zeichnen, deren Beschaffenheit man bereits genau kennet, ist unstreitig leichter als wenn man aus der zu zeichnenden Figur die Eigenschaft derselben erst kennen lernen soll.

Erklärungen.

§. 1.

Was ein Körper ist.

Alles was wir hier vor uns sehen, Tische, Bücher u. d. gl. wie es auch Nahmen haben mag, nennet man überhaupt **Körper**; und an diesen Körpern bemerkt man, daß sie nach drey verschiedenen Richtungen ausgedehnt sind, welches man die **Länge**, **Breite** und **Dicke** nennt.

§. 2.

Was eine Fläche ist.

Das Aeußerste was man an einem Körper sieht heißt die **Fläche** desselben. Daher kann eine Fläche bloß nach der **Länge** und **Breite** betrachtet werden. Denn so bald man die Dicke mit in Erwägung zöge, so würde man nicht mit der Fläche allein, sondern mit dem ganzen Körper sich beschäftigen (§. 1).

§. 3.

Was eine Linie ist.

Das Aeußerste oder die Grenze einer Fläche nennet man die **Linie**. Folglich siehet man bey einer Linie bloß auf die Ausdehnung nach der **Länge** ohne dabey an Breite und Dicke zu denken.

§. 4.

Was der Punct ist.

Die Stelle wo sich zwey Linien AB und DC (Fig. 1.) schneiden, nennt man einen Punct. Da nun die Linien weder Breite noch Dicke haben (§. 3.); so ist klar, daß diese Stelle des Durchschnitts E ganz ohne alle **Länge, Breite** und **Dicke** angenommen werden muß. Daher kann eine Linie AB, welche von einer andern CD durchschnitten wird, nicht verkürzt werden, sondern die Theile derselben AE und EB betragen eben die Länge wie die ganze Linie AB; so wie ein Bindfaden, durch die Schärfe des Messers zerschnitten, nichts von seiner Länge verlieret. — Daher betrachtet man auch den Punct als die Grenze der Linie; da nähmlich, wo die Länge der Linie aufhört, ist der Punct.

Anmerkung. Es ist begreiflich, daß sich nach dieser Erklärung ein Punct nicht bezeichnen sondern bloß beschreiben läßt, und also im eigentlichen Verstande eingebildet ist. — Es hat aber dennoch diese Idee in der theoretischen Geometrie ihren Nutzen, und darf also auch hier nicht als überflüssig betrachtet werden.

§. 5.

Was Messen heißt.

Die **Körper, Flächen** und **Linien** haben eine gewisse begrenzte **Größe**. Und wenn man diese Größe auf eine zuverlässige Weise so bestimmt, daß ein jeder sich davon einen Begriff machen kann, so heißt das: **man mißt den**

Körper, die Fläche oder die Linie aus.

§. 6.

Was der Maßstab ist.

Zur Ausmessung der Linien nimmt man eine andere bestimmte Linie, welche mit der Länge des Fußes oder Schuhes eines erwachsenen Menschen ungefähr überein kommt, und nennet dieses einen **Fuß** oder **Schuh**. Und ein Stab, worauf einer oder mehrere von diesen Füßen verzeichnet sind, heißt ein **Maßstab**. — Dieser Maßstab dienet demnach zur Ausmessung der Linien; und man sagt z. B. eine Linie sey 10 Fuß lang, wenn 10 einzelne Füße die Länge der ganzen Linie ausmachen.

§. 7.

Wie vielerley Maße es gibt.

Es muß aber so vielerley Maße geben, als es Größen gibt, welche ausgemessen werden können. — Die Maße müssen auch von der nähmlichen Art seyn wie die Sache selbst, welche dadurch ausgemessen werden soll; daß heißt, zur Ausmessung eines Körpers bedient man sich eines Körpers; — um eine Fläche auszumessen bedient man sich einer Fläche, und um eine Linie auszumessen einer Linie. — Letzteres Maß, welches zur Ausmessung der Linien gebraucht wird, haben wir (§. 6.) bereits erwähnt und beschrieben. — Nehmen wir aber eine Fläche welche

welche **Einen Fuß lang** und **Einen Fuß breit** ist, so nennet man das einen Quadratfuß, und dieser dient demnach zur Ausmessung der Flächen. — Nimmt man aber endlich auch einen Körper welcher **Einen Fuß lang**, **breit** und **dick** ist, so heißt man selbigen einen Cubikfuß; und dieser dienet zur Ausmessung eines Körpers.

Anmerkung. Ein körperliches Maß ist ein so ungewöhnliches Ding nicht als es anfangs scheint. Denn daß man z. B. ein Anker-Faß mit Kannen ausmisset ist eine alltägliche Sache. Man gebe aber dem Kannenmaß eine cubische Gestalt oder die Figur eines Würfels, so wird man einen Begriff davon kriegen, wie ein Körper, z. B. ein Anker-Faß, durch einen würfelförmigen, d. h. durch einen cubischen Körper ausgemessen werden kann. — Das Quadrat oder Flächen-Maß ist auch im Anfange nicht gleich auffallend deutlich und bekannt; doch sind verschiedene Handwerker, nahmentlich Tischler und Glaser gewohnt, Fußboden und Fenster nach Quadratfüßen auszumessen; und selbst der Schneider fragt, ob man 10 oder 11 Viertel breites Tuch zum Kleide nehmen will, ehe er die Anzahl der Ellen bestimmt; das heißt, er bestimmt die Quantität des Tuches nach Quadrat-Ellen, obgleich seine Idee dabey nicht vollkommen klar ist, er treibt es vt apes geometriam.

§. 8.

Fernere Abtheilung der Maße.

Eine Linie kann so lang seyn, daß es unbequem fiele selbige mit einzelnen Füßen auszumessen. Man nimmt alsdann 10, 12 oder 16 Fuß auf einen Maßstab bey einander und nennet das **Eine Ruthe**. — Oder die Linie kann so kurz seyn, daß die Länge eines Fußes

zu groß dazu wäre. Desfalls theilet man den Fuß in 10 oder 12 Zolle und jeden Zoll in eben so viel Linien. — Um aber die Worte **Ruthen, Füße, Zolle** und **Linien** kurz auszudrücken, bezeichnet man solche mit °; ′; ″; ‴; z. E. 3 Ruthen, 4 Fuß, 6 Zoll, 7 Linien schreibt man so: 3° 4′ 6″ 7‴.

Anmerk. Wenn die Linien sehr lang sind, z. B. von einer Stadt zur andern, so bedient man sich des Ausdrucks Meilen, welche gewöhnlich in Deutschland auf 2000 Ruthen gerechnet werden. Daher misset man denn auch den Inhalt ganzer Länder und Reiche nach Quadrat-Meilen, und den Inhalt des ganzen Erdkörpers nach Cubik-Meilen aus. Wenn endlich in der Astronomie das Maß der Meilen noch zu klein wird, so nimmt man den Durchmesser des Erdkörpers zum Maßstabe, und misset damit die Distanzen aus.

§. 9.

Was die Meßkunst oder Geometrie ist.

Die Wissenschaft nun, welche die Regeln lehret, wie man mit den beschriebenen Maßen alle Längen, Flächen und Körper ausmessen soll, heißet die **Meßkunst** oder **Geometrie** (welches letzte Wort doch eigentlich Erdmeßkunst heißt). — Nach den drey verschiedenen Gegenständen aber, welche bey der Messung vorkommen können, theilet man die Geometrie ab:

a) in die **Longimetrie**, welche sich bloß mit Vermessung der Linien beschäftiget;

b) in die **Planimetrie**, welche allein die Flächen zum Gegenstande hat;

c) die

c) in die **Stereometrie**, deren Vermessung sich allein auf die Körper erstrecket.

Anmerkung. Es wird nicht überflüssig seyn hier mit kurzen Worten zu bemerken, daß die Erfindung der Geometrie den Aegyptern zugeschrieben wird, welche wegen der jährlichen Ergießung des Nils, wodurch die Grenzen ihrer Ländereyen oft verdunkelt wurden, in die Nothwendigkeit gesetzt waren den Grund zur Feldmeßkunst zu legen; daher denn der Nahme Geometrie oder Erdmeßkunst entstanden ist. Heut zu Tage ist der Gebrauch der Geometrie so eingeschränkt nicht mehr, sondern es erstrecket sich dieselbe über alle Theile der Mathematik, und der theoretische Theil derselben ist, wegen ihrer sichern Art zu schließen und zu beweisen, fast ein Theil der Logik geworden; wenigstens kann dieselbe bey Anwendung der Logik am sichersten und deutlichsten zum Beyspiel gebraucht werden.

§. 10.
Wie vielerley Linien es gibt.

Ueberhaupt genommen gibt es **gerade Linien** und **krumme Linien. Eine gerade Linie ist diejenige** (Fig. 2.) **deren Theile alle nach einerley Richtung liegen**, und welche also zwischen ihren beiden Endpuncten A und B die kürzeste unter allen Linien ist die dazwischen statt finden können. — Der Griffel, oder womit sonst eine Linie beschrieben wird, behält bey Beschreibung der geraden Linie beständig die nähmliche Richtung von A nach B; da hingegen bey Beschreibung der krummen Linie CD der Griffel bald die Richtung nach a, und bald wieder nach b nimmt. Daher erklärt man eine krumme Li-

nie am besten, wenn man sagt: **sie ist eine Linie, deren Theile nicht alle nach einerley Richtung liegen.**

Anmerkung. Auf dem Papiere zieht man gerade Linien bekannter Maßen mit einem Lineal und Griffel. Die Zimmerleute schlagen solche auf dem Holze mit einer Schnur welche mit Kreide bestrichen ist. Der Feldmesser endlich sticht seine geraden Linien oft Meilen weit mit Baken oder Meßstangen ab.

§. 11.

Vom Kreise.

Die einzige krumme Linie, welche bey den Anfangsgründen der Geometrie mit vorzüglichem Nutzen zu betrachten vorkommt, ist der **Kreis** odor die Zirkellinie. Es ist dieses diejenige Linie (Fig. 3.) deren Theile von einem gewissen Puncte C alle gleich weit entfernt sind, so daß alle gerade Linien CA, welche von diesem Puncte C nach dem Kreise hingezogen werden, einander völlig gleich sind. Dieser Punct C heißt **der Mittelpunct** oder **das Centrum**; die gerade Linie CA selbst aber heißt der **Radius** oder Halbmesser. — Die Linie ACB (Fig. 4.) welche von der einen Seite des Kreises nach der gegenüber liegenden durch den Mittelpunct C geht, nennet man den **Durchmesser** oder **Diameter**. — Jede andere Linie DE, welche von der einen Seite des Kreises nach der andern, aber nicht durch den Mittelpunct geht, wird die **Sehne** oder Chorde genannt; der Theil des Kreises

Kreises DFE aber, welcher durch die Sehne DE abgeschnitten wird, heißt der **Bogen.**

Anmerkung. Jede dieser Benennungen, Mittelpunct Halbmesser, Durchmesser, sind aus der Natur der Sache sichtbar hergenommen. Die Nahmen Sehne (Chorde) und Bogen haben ihren Grund in der Aehnlichkeit der Figur mit den Bogen der Alten und Wilden, durch deren Spannung vermittelst der Chorde der Pfeil fortgeschossen wird.

§. 12.

Was Parallellinien sind.

Wenn zwey oder mehr Linien, sie mögen gerade oder krumm seyn, so gegen einander liegen, daß sie an allen Stellen gleich weit von einander entfernt sind, wie Fig. 5; so nennet man dieses **Parellellinien.** — Es folgt also daraus, und ist eine wahre Eigenschaft der Parallellinien, daß alle Linien a b, welche zwischen denselben noch einerley Richtung gezogen werden, gleich lang sind, weil sonst die Entfernung auf allen Stellen nicht gleich seyn könnte.

Anmerkung. Beyspiele von Parallellinien sind: die Gleise von den beyden Rädern eines Wagens; die Reihen Bäume einer Allee; die Linien welche zu den Musik-Noten mit dem Rastral gezogen werden u. d. gl.

§. 13.

Was ein Winkel ist und wie seine Theile heißen.

Wenn zwey Linien AB und CD (Fig. 6.) nicht mit einander parallel laufen, so werden sie, wenn man sie verlängert, zuletzt in einen Punct

E zusammen treffen; und man sagt alsdann: die Linien AB und CD machen einen **Winkel** mit einander. — Die Linien EA und ED heißen **die Schenkel des Winkels**, und der Punct E, wo die Linien zusammen treffen, heißt der **Scheitelpunct**.

Anmerkung. Es wird hier erlaubt seyn diese Ausdrücke mit der Deutlichkeit eines Penthers sinnlich darzustellen. Man stelle sich einen gerade stehenden Menschen vor, welcher die Füße unten etwas aus einander setzt, da denn die Beine und Schenkel am Bauche sich wieder vereinigen; so hat man einen sichtbaren Winkel und siehet zugleich den möglichen Ursprung der Benennungen: Schenkel und Scheitelpunct. — Penther erläutert dieses sehr deutlich in seiner practischen Geometrie durch eine Figur, und dieses Werk verdient überhaupt seiner Kupfer wegen Kindern vorgezeigt zu werden, wenn es etwa bey der Hand ist.

§. 14.

Was eine Perpendicularlinie ist.

Wenn eine Linie AB (Fig. 7.) auf einer andern CD so stehet, daß die Winkel bey B völlig gleich sind, und sich also die Linie AB weder nach der einen oder der andern Seite neiget; so sagt man AB stehe auf CD **senkrecht** oder **perpendiculär**; und die Linie AB selbst nennet man die **Perpendicularlinie**. — Man nennet aber die Linie AB auch wohl eine **Verticallinie** und CD die **Horizontallinie**.

Anmerk. Senkrecht heißt die Linie von der Senkel- oder Bley-Schnur. Verticallinie heißt sie, weil sie vom Scheitel (vertex) herunter fällt und senkrecht auf die Erde geht, deren Oberfläche die Horizontal-

rizontallinie ist. — Wenn man voraus setzt, daß die Erde eine Kugel ist (Fig. 3.), so ist AAA die Horizontallinie, und die darauf fallenden senkrechten Linien nehmen ihre Richtung nach C als dem Mittelpunct der Erde. — Zur Erläuterung dieser Sache muß etwas aus der Physik herbey geführt werden.

§. 15.

Wie vielerley Winkel es gibt.

Die Linie AB (Fig. 7), welche auf CD senkrecht steht, macht wie §. 14. gesagt ist, bey B gleich große Winkel; und diese nennet man **rechte Winkel.** — Neiget sich aber die Linie AB (Fig. 8.) nach der einen Seite mehr als nach der andern, so werden die Winkel bey B ungleich; und der welcher kleiner ist als ein rechter Winkel, nähmlich x, heißt ein **spitzer Winkel;** der andere aber y welcher größer ist als ein rechter, heißt ein **stumpfer Winkel.** — Demnach gibt es also dreyerley Winkel, nähmlich: **rechte Winkel, spitze Winkel** und **stumpfe Winkel.**

Anmerk. Ein gewöhnlicher Handzirkel, läßt sich recht gut dazu anwenden, Kindern die Gestalt dieser Winkel sinnlich darzustellen.

§. 16.

Wie die Größe eines Winkels bestimmt wird.

Wenn man aus dem Scheitelpunct eines Winkels c (Fig. 9.) einen Kreisbogen DE zwischen den Schenkeln des Winkels beschreibt; so ist dieser

Bogen

Bogen das Maß des Winkels. — Daher hängt die Größe eines Winkels nicht von der Länge der Schenkel sondern von ihrer Lage gegen einander ab; und die Größe des Winkels x (Fig. 10.), ist stärker als die Größe des Winkels y, obgleich die Schenkel des letztern länger sind als die Schenkel des erstern. Es ist nähmlich der in x beschriebene Bogen größer als der Bogen in y, wiewohl beide Bogen mit einerley Oeffnung des Zirkels beschrieben sind.

Anmerk. Wem das Bild, welches von den Schenkeln eines Menschen hergenommen wurde, nicht zu roh ist, der kann die Sache dadurch erläutern: er lasse seinen Schüler auf einem Pferde reiten und bediene sich selbst für dieß Mahl mit seinen längern Beinen des Steckenpferdes; so werden die Schenkel des Kindes einen größern Winkel machen als die seinigen.

§. 17.

Wie die Größe eines Winkels durch Zahlen bestimmt wird.

Ein jeder Kreis, er mag groß oder klein seyn, wird gewöhnlich in der Meßkunst in 360 **Grade** eingetheilet. Also kann ein jeder Bogen, welcher ein Stück des Kreises ist, durch eine gewisse Anzahl **Grade** ausgedrückt werden. — Wenn z. B. ein Bogen der sechste Theil vom ganzen Kreise ist, so hat er 60 Grade; ist er der achte Theil, so hat er 45 Grade, u. s. w. — Da nun die Größe eines Winkels (nach §. 16.) durch den willkührlich in ihm beschriebenen

nen Kreisbogen seiner Größe nach geschätzt wird; so kann man auch die Größe des Winkels durch die Anzahl der Grade ausdrücken, welche dem Bogen, der ihn misset, zukommt. Hat also der Bogen DE (Fig. 9.) 45 Grade, so sagt man auch der Winkel habe 45 Grade, u. s. w. — Es ist aber leicht begreiflich, daß die Grade in einem großen Kreise größer ausfallen als die in einem kleinern. Daher ist es gleichgültig ob man den Bogen in einem Winkel groß oder klein macht; denn der Bogen d e hat eben so viel Grade als der Bogen DE.

Anmerk. Ein großer Bogen hat den Vorzug, daß, da die Grade desselben groß sind, man solchen genauer eintheilen und auch allenfalls die Theile eines Grades angeben kann, um den Winkel dadurch um so viel genauer zu bestimmen. Die Unterabtheilung der Grade geschieht nach Minuten, Secunden u. s. w. wie die Stunden einer Uhr; so daß ein Grad in 60 Minuten und jede Minute in 60 Secunden getheilt wird. — Man druckt aber die Worte: Grade, Minuten, Secunden durch eben die Zeichen aus welche (§ 8.) für die Ruthen, Schuhe und Zolle angegeben sind; nähmlich 10 Grad, 12 Minuten, 32 Secunden, schreibt man kurz 10° 12′ 32″ Man hat also immer zu erwägen, ob von Linien oder Winkeln die Rede ist, um eine so ausgedrückte Zahl zu verstehen.

§. 18.

Wie viel Grade ein rechter Winkel hat.

Es ist §. 15. gezeiget, daß wenn eine Linie AB (Fig. 11.) auf einer Linie CD senkrecht stehet, alsdann die Winkel bey B rechte Winkel sind.

Wenn

Wenn man nun die Linie AB nach unten verlängert bis E, so entstehen abermahls unten auch zwey rechte Winkel. Beschreibt man nun aus dem Puncte B einen ganzen Kreis, so ist klar, daß das Maß aller vier um B sich befindenden rechten Winkel 360 Grad beträgt. Und weil alle rechte Winkel einander gleich sind; so ist das Maß eines jeden rechten Winkels $\frac{360}{4}$ = 90 Grad oder der vierte Theil des Kreises. — Daher ist denn auch leicht einzusehen, daß ein spitziger Winkel weniger als 90 Grad, und ein stumpfer Winkel mehr als 90 Grad hält. —

Anmerk. Weil man bey dem Punct B (Fig. 11) mehrere Winkel von verschiedener Art Größe sich denken kann, welche alle zusammen genommen den ganzen Kreis zu ihrem Maß haben; so folgt daraus, daß alle Winkel (Fig. 3.) welche um einen Punct c sich befinden, d. h. die einen gemeinschaftlichen Scheitelpunct haben, zusammen genommen 360 Grad betragen.

§. 19.

Was und wie mancherley eine geometrische Figur ist.

Wenn eine krumme Linie, oder auch einige gerade Linien eine Fläche einschließen, so nennet man das eine **geometrische Figur**. — Sind die Linien, welche eine Figur einschließen, alle untereinander oder doch in gewisser abwechselnder Ordnung einander gleich; so heißet die Figur **regulär** (Fig. 22): sind aber die Umfangslinien abwechselnd und von ungleicher Länge; so heißt es

es eine **irreguläre Figur** (Fig. 23.) — Ist die Umfangslinie ein Kreis; so heißt die dadurch begrenzte Fläche eine **Kreisfläche** (Fig. 24.) — Hat die Figur drey geradlinige Seiten; so heißt sie ein **Triangel** oder **Dreyeck** (Fig. 12.). — Machen vier gerade Seiten den Umfang einer Figur aus; so ist es ein **Viereck** (Fig. 16... 21.) — Hat aber endlich eine Figur mehr als vier Seiten; so heißt sie ein **Vieleck** oder **Polygon** (Fig. 22... 23.). — Letztere können jedoch nach der Zahl ihrer Seiten auch **Fünfecke, Sechsecke, Siebenecke** u. sw. genannt werden. — Der Umfang einer jeden Figur heißt die **Peripherie** derselben.

§. 20.
Von der Kreisfläche und ihren Theilen.

Die Kreisfläche (Fig. 4.) ist eine reguläre Figur, weil ihre Peripherie allenthalben gleichförmig und vom Mittelpunct C gleich weit entfernt ist. — Der Durchmesser AB theilet diese Fläche in zwey gleiche Hälften. — Das Stück der Fläche welches zwischen der Sehne DE und ihren Bogen DFE liegt, heißt ein **Segment** oder **Abschnitt**. — Der Theil aber welcher zwischen den beiden Halbmessern CG und CH und dem Bogen GH liegt, heißt ein **Sector** oder **Ausschnitt**.

§. 21.
Wie vielerley Triangel es gibt.

Ein jeder Triangel besteht aus 6 Theilen, nähmlich aus drey Seiten und drey Winkeln;

mithin sind auch 6 verschiedene Arten von Triangeln möglich, 3 in Absicht der Seiten und 3 in Absicht der Winkel; nähmlich:

a) Der **gleichseitige Triangel** (Fig. 12.) dessen Seiten AB, BC und CA einander gleich sind.

b) Der **gleichschenklige Triangel** (Fig. 13.) dessen zwey Seiten DE und FE über der Grundlinie DF einander gleich sind.

c) Der **ungleichseitige Triangel** (Fig. 14.) dessen drey Seiten alle von verschiedener Länge sind.

d) Der **rechtwinklige Triangel** (Fig. 15.) wovon der eine Winkel y ein rechter Winkel ist.

e) Der **stumpfwinklige Triangel** (Fig. 14.) dessen einer Winkel x ein stumpfer Winkel ist.

f) Der **spitzwinklige Triangel** (Fig. 13 und 12.) dessen Winkel sämmtlich spitzig sind.

Aus der nähern Betrachtung aller dieser Figuren erhellet noch:

1) Daß ein gleichseitiger Triangel zugleich ein gleichschenkliger ist.

2) Daß ein gleichschenkliger Triangel auch zugleich ein rechtwinkliger und stumpfwinkliger seyn könne.

3) Daß

3) Daß ein gleichseitiger Triangel alle Mahl auch ein spitzwinkliger ist.

§. 22.

Von den Vierecken.

Es gibt fünferley Vierecke überhaupt:

a) Das **Quadrat** (Fig. 16.) welches vier gleiche Seiten und vier rechte Winkel hat.

b) Das **Oblongum** (Fig. 17.) welches vier rechte Winkel hat und wovon die gegen einander über stehenden Seiten sich gleich sind.

Die beiden Figuren nennet man ihrer rechten Winkel wegen auch **Rectangula**.

c) Das verschobene Quadrat (Fig. 19.) oder der **Rhombus**, welcher vier gleiche Seiten, zwey spitze und zwey stumpfe Winkel hat.

d) Das verschobene Oblongum (Fig. 20.) oder der **Rhomboides**, wovon die gegen einander über stehenden Seiten gleich, zwey Winkel spitz und zwey stumpf sind.

Alle vier unter a, b, c, d, beschriebene Figuren nennet man auch **Parallelogramme** weil die gegen einander über stehenden Seiten an selbigen alle Mahl parallel sind.

f) Das **Trapezium** (Fig. 18. und 21.) welches lauter ungleiche Seiten hat, von denen allenfalls zwey mit einander parallel seyn können, wie AB und CD in Fig. 18.

Die Linie AB (Fig. 21.), welche in einem Vierecke von einem Winkel zum andern schräg durchgezogen wird, heisset die **Diagonallinie**; sie theilet das Viereck in zwey Triangel.

§. 23.

Von den Vielecken oder Polygonen.

Die Vielecke sind entweder regulär, so daß alle Seiten und Winkel gleich sind, wie Fig. 22. — oder sie sind irregulär wie Fig. 23. und haben ungleiche Seiten und Winkel. — Die Winkel sind entweder alle **ausspringend**, das heißt, sie haben ihren Scheitelpunct nach außen wie diese Fig. 23.; oder es gibt auch **einspringende Winkel** daran wie Fig. 56. und 60. — Alle diese Polygone haben das mit einander gemein, daß sie sich durch Diagonallinien in Triangel vertheilen lassen; und zwar alle Mahl in so viel Triangel **als die Figur Seiten hat weniger zwey**. Z. E. das Fünfeck läßt sich in drey; das Sechseck in vier; das Siebeneck in fünf; das Dreyzehneck in eilf Triangel u. s. w. theilen. — Die Fig. 24. zeigt dieses am Siebenecke, welches in 5 Triangel a, b, c, d, e zerlegt ist.

§. 24.

Von gleichen und ähnlichen Figuren.

Wenn an zwey Figuren, wie Fig. 44. und 51. alle Seiten und Winkel, in eben der Ordnung wie sie auf einander folgen, gleich sind,

so

so daß die eine Figur von der andern durch nichts sich unterscheidet; so sagt man: **die Figuren sind einander gleich.**

Wenn aber an zwey Figuren die Winkel, so wie sie auf einander folgen, gleich sind; die Seiten hingegen an beyden Figuren welche zwischen gleichen Winkeln liegen, nicht gleich, sondern alle Seiten der einen Figur, die Hälfte, oder den dritten, vierten, fünften, oder einen sonstigen Theil von der andern Figur ausmachen; so nennet man dieselbe **einander ähnlich.** Beyspiele dieser Art sind die Fig. 52; 53; 54; 55 und 56.

Anmerk. Die Aehnlichkeit der Figuren ist eigentlich die Seele der practischen Geometrie oder der Feldmeßkunst. Denn ein jeder Riß, welcher von einem Lande oder Felde gemacht wird, muß dem Lande und Felde vollkommen ähnlich seyn, das heißt damit vollkommen in allen Theilen übereinkommen, und nur bloß durch die Größe davon unterschieden seyn. Hierzu dienet der verjüngte Maßstab (Fig. 47. und 48.), welcher im Kleinen eben das für einen Riß ist, was das wahre Maß für das Land oder Feld selber ist. Es wird also dienlich seyn hiervon den Kindern einen hinlänglich deutlichen Begriff zu machen. — Alle reguläre Figuren von einerley Art sind einander ähnlich. Z. B. alle gleichseitigen Dreyecke; alle Quadrate; alle regulären Fünfecke, Sechsecke u. s. w.

Aufgaben.

§. 25.

Mit einer gegebenen Linie eine oder mehrere Parallellinien zu ziehen.

1) Man nehme das in der Einleitung beschriebene und Fig. 25 abgebildete Parallellineal und lege den Theil b mit seiner langen Seite an die gegebene Linie AB und füge das Lineal oder den Theil a ganz dicht daran wie Fig. 26. zeiget.

2) Nun halte man den Theil a ganz unverrückt und schiebe das triangelförmige Bretchen oder den Theil b daran herauf, so läßt sich die Parallellinie CD und mehrere dergleichen daran herziehen.

Oder anders.

1) Wenn über der Linie AB (Fig. 27.) ein Punct C gegeben ist, wodurch die Parallellinie gezogen werden soll; so setze man den Zirkel in diesen Punct C und beschreibe einen Bogen, welcher die Linie AB in einem Punct D berührt.

2) Alsdann nehme man den Zirkel ganz unverrückt und mache mit derselbigen Eröffnung einen Bogen nach oben aus einem Punct E.

3) Endlich ziehe man durch den Punct C eine Linie welche den obern Bogen in einem Puncte H berührt; so wird diese Linie mit der gegebenen AB parallel seyn.

Anmerk. Ungeachtet diese letzte Methode geometrisch richtig ist, so ist sie doch in der Ausübung wenig zu gebrauchen. Die erstere hingegen ist in allen Fällen auf dem Papier brauchbar; aber so leicht sie scheinen möchte, so erfordert sie doch einige Uebung im Handgriffe und muß anfänglich mit Kindern oft wiederhohlt werden.

§ 26.

Ueber einer gegebnen Linie aus einem gegebenen Puncte eine Perpendiculär-Linie zu ziehen.

Der Fall kann doppelt seyn, nachdem der gegebene Punct C (Fig. 28. und 29.) entweder über oder auf der gegebenen Linie AB ist. — In jedem Fall setze man

1) Den Zirkel in den Punct C, und beschreibe willkührlich den Bogen DFE, welcher die Linie AB in den Puncten D und E schneidet.
2) Aus diesen Puncten D und E mache man mit willkührlicher doch einerley Eröffnung des Zirkels zwey Bogen welche sich in dem Puncte G schneiden.
3) Endlich ziehe man die Linie CG durch die Puncte C und G so wird selbige auf AB senkrecht stehen.

Oder anders.

1) Man lege das triangelförmige Bretchen b, welches einen rechten Winkel haben muß, an die Linie Ab (Fig. 30.) und füge das Lineal a daran wie hier gezeichnet ist.

2) Man halte das Lineal a fest und schiebe den Theil b daran in die Höhe bis die andere Seite den Punct C berührt.

3) Man ziehe dann die Linie CD, so steht selbige auf AB senkrecht.

Anmerk. Die erste Methode ist geometrisch, aber im Gebrauche hat die andere, welche bloß mechanisch ist, viele Vorzüge und wird fast am meisten gebraucht, wesfalls man wohl thun wird die Kinder darin fleissig zu üben.

§. 27.

Am Ende einer gegebenen Linie eine Perpendicular-Linie aufzurichten.

1) Die gegebene Linie sey CB (Fig. 29.) und bey c soll das Perpendikel errichtet werden;

2) Verlängert die Linie CB von C nach A; so ist der Punct C, welcher vorher am Ende der Linie war, jetzt auf der Mitte und die Aufgabe wird genau wie die vorige geometrisch aufgelöset.

Oder anders.

Durch Hülfe des rechtwinkligen Parallellineals läßt sich diese Aufgabe gleichfalls just wie die vorige nach Fig. 30. auflösen, wenn man annimmt, daß DB die gegebene Linie sey, und das Perpendikel bey D aufgerichtet werden soll.

§. 28.

Eine gegebene Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

1) Die gegebene Linie sey AB (Fig. 31.)

2) Aus

2) Aus den Endpuncten A und B mache man mit willkührlicher doch gleicher Eröffnung des Zirkels einen Durchschnitt in C, d. h. zwey Bogen welche sich bey C treffen.

3) Eben so verfahre man nach unten und mache den Bogenschnitt D daselbst.

4) Endlich ziehe man die blinde Linie DEC genau nach den Durchschnittspuncten; so wird der Punct E die Mitte der Linie seyn.

Oder anders.

1) Man mache den Bogenschnitt C (Fig. 31.) wie bey der vorigen Auflösung.

2) Alsdann bediene man sich des Parallellineals wie Fig. 30. zeigt, und ziehe nach der Schärfe des triangelförmigen Theils b die Linie CE, nachdem man dasselbe bis an den Bogenschnitt C herauf geschoben hat; so wird der Punct E gleichfalls der Mittelpunct der Linie AB seyn.

Anmerk. Man kann eine Linie bloß nach dem Augenmaße ganz sicher theilen, wenn man den Zirkel erst ungefähr bis auf die Mitte der Linie öffnet, und dann versucht wie es zutrifft. Das kleine Spatium was man zu viel oder zu wenig dabey genommen hat läßt sich alsdann nach dem Augenmaße vollends leicht halbiren.

§. 29.

Durch drey gegebene Puncte, welche aber nicht in gerader Linie liegen müssen, einen Kreis zu beschreiben.

1) Die gegebenen drey Puncte seyen ABC (Fig. 32.) Man ziehe die blinden Linien AB und BC,

welche alsdann als Sehnen in dem zu beschreibenden Kreise anzusehen sind.

2) Jede dieser Sehnen theile man durch die Puncte o und x in zwey gleiche Theile und ziehe dadurch senkrechte Linien nach den vorigen Aufgaben, diese werden sich in D schneiden.

3) Dieser Punct D ist der Mittelpunct des verlangten Kreises. Wenn man also den Zirkel in D setzet und bis zum Puncte A öffnet; so läßt sich der Kreis vollends ausziehen.

Anmerk. In einem Kreise wo der Mittelpunct nicht sichtbar ist, kann man durch diese Aufgabe denselben suchen, wenn man auf der Peripherie desselben drey Puncte annimmt und damit, wie gezeigt worden, verfährt.

§ 30.

Einen Winkel zu zeichnen welcher so groß ist wie ein anderer gegebener Winkel.

1) Der gegebene Winkel sey ACB (Fig. 33.). Man beschreibe darin mit willkührlicher Eröffnung des Zirkels einen Bogen DE indem man den einen Schenkel des Zirkels in den Scheitelpunct setzt.

2) Man ziehe eine Linie bc, und mache mit eben der Zirkelöffnung aus dem Puncte c den Bogen de, so daß die Sehne des Bogens DE der Sehne des Bogens de gleich wird.

3) Man ziehe endlich den andern Schenkel ac durch den Punct d so wird der Winkel acb dem gegebenen Winkel ACB gleich seyn.

Anmerk. Es dienet zu bemerken, daß wenn man einen Winkel durch Buchstaben anzeigt, man immer den

den Buchstaben welcher am Scheitelpunct steht in die Mitte setzt, wie hier ACB wo der Buchstabe C in der Mitte zwischen A und B genannt wird.

§. 31.

Nach einer gegebenen Linie einen gleichseitigen Triangel zu zeichnen.

1) Die gegebene Linie sey AB (Fig. 34.). — Man fasse diese Linie AB mit dem Zirkel, und mache mit dieser Weite unverrückt den Bogenschnitt bey C, indem man den einen Schenkel des Zirkels in die Puncte A und B setzt.

2) Man ziehe nach dem Durchschnittspunct C die Linien AC und BC, so wird der Triangel ABC gleichseitig seyn.

§. 32.

Aus zwey gegebenen Linien einen gleichschenkligen Triangel zu machen.

1) Die beiden Linien sind AB und CD (Fig. 35). — Man nehme AB zur Grundlinie des Triangels an. Alsdann fasse man die Linie CD zwischen die Zirkelspitzen und beschreibe mit dieser Zirkelöffnung aus den Puncten A und B den Bogenschnitt E.

2) Man ziehe die Linie AE und EB, so ist der gleichschenklige Triangel fertig.

Anmerk. Es ist nicht nöthig, das die kürzeste Linie AB zur Grundlinie genommen werde; es sey dann daß CD noch Ein Mahl so lang sey als AB; in welchem Falle alsdann gar kein Triangel daraus gemacht werden könnte.

§. 33.

Aus drey gegebenen Linien einen Triangel zu machen.

1) Die gegebenen Linien seyen AB, CD und EF, (Fig. 36.) — Man nehme AB zur Grundlinie; fasse CD mit dem Zirkel und beschreibe aus dem Punct B einen Bogen.

2) Dann fasse man eben so mit dem Zirkel die Linie EF und beschreibe aus dem Puncte A gleichfalls einen Bogen welcher den ersten bey G durchschneidet.

3) Nach diesem Durchschnittspuncte G ziehe man die Linien AG und BG, so ist der Triangel fertig.

Anmerk. Es ist gleich viel welche von den drey gegebenen Linien man zur Grundlinie nimmt; in jedem Falle aber müssen die andern beiden Linien zusammen genommen länger seyn wie die Grundlinie, widrigen Falls kann daraus kein Triangel entstehen.

§. 34.

Aus zwey gegebenen Linien und einem gegebenen Winkel einen Triangel zu zeichnen.

1) Die beiden Linien seyen AB und CD; der gegebene Winkel x (Fig. 37.) — Man nehme AB zur Grundlinie des Triangels, und trage an den Punct A den gegebenen Winkel x, wie §. 30. gelehrt worden ist.

2) Man fasse die Linie CD mit dem Zirkel und beschreibe aus dem Puncte B den Bogen E wel-

welcher den obern Schenkel des Winkels x schneidet.

3) Man ziehe diese Linie EB, so ist der Triangel fertig.

Anmerk. Wenn die beiden gegebenen Linien AB und CD zugleich die Länge der Schenkel des Winkels x seyn sollen, so hat die Sache um so weniger Beschwerde, weil man alsdann nur die beiden Endpuncte der Schenkel durch eine Linie EB verbinden darf.

§. 35.

Aus zwey gegebenen Linien einen rechtwinkligen Triangel zu zeichnen.

Hier sind zwey Fälle möglich, nähmlich:

a) der Fall, wo die gegebenen Linien den rechten Winkel einschließen; und

b) der Fall, wo die gegebenen Linien Einen der beiden spitzen Winkel einschließen.

Erster Fall.

1) Im ersten Falle wo die Linien AB und CD (Fig. 38.) gegeben sind, trage man beide Linien auf die Schenkel des rechten Winkels AB und AE.

2) Dann ziehe man die schräge Linie EB, so ist der Triangel fertig.

Zweyter Fall.

1) Im andern Falle wo die Linien AB und BE gegeben sind, zeichne man einen rechten Winkel EAB und mache den einen Schenkel der Linie AB gleich.

2) Dann

2) Dann nehme man die andere der gegebenen Linien BE zwischen die Zirkelspitzen, setze die eine Spitze des Zirkels in den Punct B und rücke die andere auf den zweyten Schenkel des rechten Winkels und bemerke daselbst den Punct E.

3) Wenn man nun endlich die Linie EB zieht, so ist auch in diesem Falle der rechtwinklige Triangel fertig.

Anmerk. Die drey Linien eines rechtwinkligen Triangels haben jede ihre eigene Benennung: AB (Fig. 38) heißt, wie bey allen Triangeln, die Grundlinie; AE ist die Cathete und die schräge Linie EB heisset die Hypothenuse. — Es ist auch sichtbar, daß wenn man AE zur Grundlinie annimmt, alsdann AB die Cathete seyn werde.

§. 36.

Aus einer gegebenen Linie und zwey Winkeln einen Triangel zu zeichnen.

1) Die gegebene Linie sey AB (Fig. 39.), die Winkel x und y. — Man nehme AB zur Grundlinie des Triangels an, und zeichne nach §. 30. an den Endpuncten A und B die gegebenen Winkel x und y.

2) Man verlängere die Schenkel derselben bis sie sich bey C treffen; so ist der Triangel dargestellt.

Anmerk. Es ist erforderlich, daß die beiden gegebenen Winkel unter 180° oder unter zwey rechten Winkeln sind, weil sonst die beiden Schenkel sich nicht erreichen können.

§. 37.

Nach einer gegebenen Linie ein Quadrat zu zeichnen.

1) Die gegebene Linie sey AB (Fig. 40.) — Man zeichne an den Endpuncten der Linie A und B rechte Winkel nach §. 27.

2) Die Schenkel derselben AC und BD mache man der gegebenen Linie AB gleich.

3) Endlich ziehe man die Linie CD; so ist das Quadrat vollendet.

Oder anders.

1) Man mache AC so groß wie die gegebene Linie AB nachdem bey A ein rechter Winkel gezeichnet ist nach §. 27.

2) Alsdann ziehe man CD parallel mit AB, und BD eben so mit AC, so werden sich diese beiden Linien im Puncte D schneiden und das Quadrat ausbilden.

§. 38.

Aus zwey gegebenen Linien ein Oblongum zu zeichnen.

1) Die gegebenen Linien seyen AB und CD (Fig. 41.) — Man nehme AB zur Grund-linie an und richte nach §. 27. auf den beiden Enden derselben die Perpendicularlinie AE und BF auf, welche der gegebenen Linie CD gleich seyn müssen.

2) Dann ziehe man die Linie EF; so ist das Oblongum da.

Anmerk. Man darf auch nur EF und BF mit AB und AE parallel ziehen, wie bey der vorigen Aufgabe, wenn vorher bey A ein rechter Winkel gemacht ist, dessen Schenkel AE der gegebenen Linie CD gleicht.

§. 39.

Nach einer gegebenen Linie und einem gegebenen Winkel einen Rhombum zu zeichnen.

1) Die gegebene Linie sey AB (Fig. 42.); der Winkel x. — Diesen Winkel x trage man an den Endpunct B der Grundlinie AB und mache dessen Schenkel BD der gegebenen Linie AB gleich.

2) Dann ziehe man AC und CD mit den andern Seiten AB und BD parallel; so ist die Figur verlangter Maßen fertig.

§. 40.

Aus zwey gegebenen Linien und einem gegebenen Winkel einen Rhomboides oder ein verschobenes Oblongum zu zeichnen.

Dieses geschiehet nach §. 38. und 39. und ist leicht zu machen, da die Gestalt desselben aus Fig. 20. bekannt ist.

§. 41.

Nach den vier Seiten und der Diagonale ein Trapezium zu zeichnen.

1) Das Trapezium (Fig. 43.) theilet sich durch die Diagonale AC in zwey Triangel ABC und ACD.

2) Diese beiden Triangel zeichne man (nach §. 33. Fig. 36.) so an einander, daß die Diagonale

gonale AC die gemeinschaftliche Grundlinie beider Triangel bleibt; so wird sich das vorgegebene ungleichseitige Viereck (Trapezium) darstellen.

§. 42.

Nach den gegebenen Seiten eines Vielecks und zwey Diagonalen weniger als Seiten sind, das Vieleck gleichförmig zu zeichnen.

1) Fig. 44. ABCDE ist ein Fünfeck welches durch (fünf weniger zwey) drey Diagonalen in eben so viel Triangel getheilt werden kann.

2) Diese drey Triangel ABC, AEC und CED zeichnet man so neben einander, daß abc, aec und ced den erst eben genannten Triangeln völlig gleich werden, zu welchem Ende man jede Linie genau mit dem Handzirkel abnimmt, und daraus nach §. 33. die Fig. abcde zu Stande bringt.

Anmerk. Wenn man diese Aufgabe vom Fünfecke gemacht hat, so kann man zur fernern Uebung vieleckige Figuren von mehrern Seiten zeichnen lassen, auch dazu welche mit einspringenden Winkeln, wie Fig. 51. und 60. sind, wählen.

§. 43.

Von Zeichnung der regulären Vielecke und besonders vom Sechsecke.

1) Ein jedes reguläres Vieleck hat die Eigenschaft, daß es mit den sämmtlichen äußern Spitzen die Peripherie eines Kreises berührt; daher kann man jedes reguläre Vieleck zeich-

nen, wenn man einen Kreis in so viel gleiche Theile theilet als das Vieleck Seiten haben soll, und dann die Sehnen der abgetheilten Bogen ziehet.

2) Um diese Eintheilung der Peripherie des Kreises desto leichter und sicherer zu vollführen, ist zu merken, daß der Halbmesser eines jeden Kreises sich genau sechs Mahl in der Peripherie herumtragen läßt. Daher dann die Zeichnung eines regulären Sechsecks die leichteste ist, wie Fig. 22. zeigt. — Jede Zahl also, die durch die Multiplication mit 6 entsteht, läßt sich durch die Subdivision leicht zum Vieleck anwenden. Z. E. um ein Zwölfeck zu zeichnen, darf man nur den Bogen des Sechsecks halbiren; und um ein Neuneck zu machen kann man den doppelten Bogen des Sechsecks in drey Theile theilen u. s. w.

3) Alle Mahl aber ist es rathsam, daß man eine jede Eintheilung der Peripherie durch die Subdivision zu erhalten sucht; z. E. das Zehneck durch vorläufige Abtheilung in fünf; u. s. w. weil die Theilung mit vielen Theilen auf Ein Mahl sehr viel Beschwerde hat.

Anmerk. Man hat verschiedene Regeln in der Geometrie wornach man reguläre Vielecke verzeichnen kann, welche aber für Kinder ohne sonderlichen Nutzen sind, weil sie solche, ihrem Grunde nach, gar nicht verstehen und also nur äußerst mechanisch erlernen können. Dazu kommt noch, daß diese künstlichen Regeln mit meisterhafter Genauigkeit ausgeführt werden müssen, wenn sich Kinder von ih-

re

rer Richtigkeit durch die Ausübung überzeugen sollen. Daher habe ich es für dienlicher erachtet, die Sache bey obigem Vortrage dieses §. bewenden zu lassen.

§. 44.

Ein Vieleck von vielen Seiten durch Hülfe einer einfachen geometrischen Figur nachzuzeichnen.

1) Die Fig. 56. sign. ⊙ sey das Vieleck von vielen Seiten welches man abzeichnen soll. — Man zeichne darin willkührlich einen Triangel NOP.

2) Auf den Seiten dieses Triangels richte man nach allen Ecken der Figur Perpendicularlinien 1, 2, 3, 4 ꝛc. auf, wie diese Figur selber ohne weitere Beschreibung zu erkennen gibt.

3) Nachdem die gegebene Figur so vorbereitet ist; so zeichne man den Triangel NOP nach §. 33. auf einer andern Stelle des Papiers; theile die Seiten desselben genau so ab wie NO, OP und PN sign. ⊙ durch die Perpendicularlinien abgetheilt sind und richte darauf ebenfalls senkrechte Linien auf, welche jenen an Länge völlig gleich sind; so lassen sich die Endpuncte dieser senkrechten Linien zusammen mit geraden Linien AB, BC so verbinden und es entsteht eine vieleckige Figur welche der vorgegebenen gleich ist.

Anmerk. Man kann statt des Triangels NOP auch ein Vier- oder Fünfeck nehmen. Auch kann man eine solche einfache Figur äußerlich um das Vieleck herum ziehen und die Pendicularlinien nach innen ziehen. Die Arbeit selbst bleibt alle Mahl die nähmliche, doch dient bey Kindern diese Abwechselung zur Erweiterung des Ideenkreises und übet die Hand ohne zu ermüden.

§. 45.

Eine krumlinige Figur zu zeichnen, welche einer andern vorgegebenen völlig gleich ist.

A.

1) Wenn die krumme Linie AB (Fig. 45.) nachzuzeichnen wäre; so ziehe man daran willkührlich die gerade Linie CD, und errichte auf derselben, nach allen Krümmungen der Linie AB die Perpendikel 1, 2, 3 u. s. w. auf.

2) Man ziehe auf einer andern Stelle des Papiers die Linie cd der andern CD völlig gleich; theile sie eben so ab und errichte aus den Puncten der getheilten Linie die eben so langen Perpendicularlinien 1, 2, 3, 4. u. s. w.

3) Wenn man nun das Augenmaß ein wenig zu Hülfe nimmt; so kann man durch die Endpuncte dieser Perpendikel die krumme Linie a b, so ziehen, daß sie der vorgegebenen AB völlig gleich wird.

B.

Wenn eine geschlossene krummlinige Figur, wie Fig. 46. ist, nachzuzeichnen wäre;

1) so zeichne man darin eine simple Figur ABCD, und ziehe von den Seiten derselben viele senkrechte Linien nach allen beträchtlichen Beugungen der krummlinigen Figur, 1, 2, 3 u. s. w.

2) Die innere einfache Figur zeichne man nach §. 41. auf einer andern Stelle des Papiers abcd, und theile die Seiten dieser neuen Figur eben so ab, und errichte dabey aus jedem

dem Puncte eben so lange Perpendikel wie die erste Figur ABCD hat nähmlich 1, 2, 3 u. s. w.

3) Wenn man diese Perpendikel mit ihren Endpuncten zusammen ziehet, so wird sich, mit einer kleinen Beyhülfe des Augenmaßes, die krummlinige Figur ganz genau darstellen.

Anmerk. Es findet auch hier die Anmerkung des vorigen §. statt; und ich empfehle solche, um durch Abwechselung zur Uebung und durch Uebung zur Fertigkeit zu gelangen. — Uebrigens kann man sich zur Erleichterung der Sprache bey der Anweisung die Benennungen: Abscisse und Ordinate bemerken. Es heissen nähmlich die Abtheilungen der Linie CD (Fig. 45.) die Abscissen und die Perpendikel 1, 2, 3 u. s. w. die Ordinaten. — Obgleich diese Ausdrücke sonst nur in der höhern Geometrie gebräuchlich sind; so kann man doch, um sich kürzer auszudrücken, solche auch hier schicklich anwenden.

§. 46.

Einen verjüngten Maßstab zu zeichnen.

A.

Erste Art eines verjüngten Maßstabes (Fig. 47.)

1) Man nehme AF für 10 Ruthen an und trage diese Länge einige Mahl auf die gerade Linie AB, so daß die Abtheilungen FH und HB auch 10 Ruthen betragen.

2) Aus dem Puncte A errichte man eine Perpendicularlinie AC und trage darauf 10 Theile von willkührlicher Größe.

3) Man ziehe ferner durch die 10 Puncte der Linie AC die sämmtlichen Linien mit AB

 parallel

parallel, so wie die Linien EF GH und DB mit CA parallel gezogen werden müssen.

4) Endlich ziehe man die **Diagonal** = oder **Transversal = Linie** CF, so ist die einfache Art eines verjüngten Maßstabes fertig.

Anmerk. Wenn man AF zu 10 Ruthen annimmt; so theilet die Linie CF die einzelnen Ruthen ab. Läßt man aber AF für Füße oder Zolle gelten, so ist das auch in so fern einerley; nur wird der Maßstab in jeder dieser Bedeutungen 10 Mahl größer oder kleiner, weil man die Ruthe zu 10 Fuß und den Fuß zu 10 Zoll anzunehmen pflegt; wovon in der Folge bey Erläuterung der Decimal-Rechnung das nähere beygebracht werden wird.

B.

Zweyte Art eines verjüngten Maßstabes (Fig. 48.)

In den ersten 3 Puncten verfahre man genau wie vorhin; dann

4) aber theile man die Linie AF in 10 gleiche Theile, welches man auch mit der eben so langen Linie CE verrichtet.

5) Endlich ziehe man die 10 Transversal = Linien F. 1 — 1, 2 — 2, 3, — 3 4 u. s. w. bis 9 C, so ist dieser Maßstab auch fertig.

Anmerk. Diese zweyte Art kann man den 100theiligen Maßstab nennen, so wie der erste ein 10theiliger genannt werden kann. Denn die Linie AF welche bey dem ersten durch die Transversal = Linie in 10 Theile getheilt wird, theilt sich bey dem andern in 100 Theile. Wenn man also AF bey dem zweyten Maßstab zu 10 Ruthen annimmt, so hat man solche in 100 Fuß dadurch getheilt. Nimmt man aber AF zu 10 Fuß an; so sind solche dadurch in 100 Zolle getheilt. — Die Größe der Linie AF ist willkührlich und man nimmt solche größer oder klei=

kleiner nachdem der Gebrauch desselben solches erfordert, wie wir in der Folge sehen werden. — Auch ist es gleichgültig wie oft die Länge AF auf die Linie AB getragen wird, weil solches auf die eigentliche Größe des Maßes keinen Einfluß hat.

§. 47.

Eine gewisse Anzahl Ruthen von dem zehntheiligen Maßstab (Fig. 47.) abzunehmen und auf eine Linie zu tragen.

1) Man soll z. B. 14° vom Maßstab mit dem Zirkel abnehmen; so setze man den einen Schenkel des Zirkels auf den Punrt H und öffne ihn bis F, so hat man 10°.

2) Man rücke ferner auf der Linie HG in die Höhe bis zur Parallellinie wo die Zahl 4 steht und öffne den Zirkel bis zur Transversallinie, so hat man 14 Ruthen.

3) Die so zwischen den Zirkelspitzen gefaßte Länge stecke man alsdann auf die vorhabende Linie und bemerke diese Länge mit Puncten.

§. 48.

Eine vorgegebene Linie auf dem zehntheiligen Maßstab (Fig. 47.) zu messen.

1) Man fasse die vorgegebene Linie nach ihrer ganzen Länge zwischen die Spitzen des Zirkels und untersuche erst auf der Linie AB ob selbige über 10 oder 20 Ruthen lang ist.

2) Ist sie z. E. über 20 Ruthen lang, so setze man den einen Schenkel des Zirkels auf die Linie BD und fahre von einer Parallellinie zur

andern fort bis die andere Spitze des Zirkels auf die Transversallinie kommt.

3) Man zähle alsdann nach den beygeschriebenen Zahlen, die wievielste Parallele es ist, so hat man die Ruthenzahl welche über 20 ist.

Anmerk. Trifft die Weite der Zirkelspitzen zwischen zwey Parallelen auf die Transversale; so muß man nach dem Augenmaß schätzen ob solches $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ u. d. gl. beträgt, so hat man die Länge um so viel genauer.

§. 49.

Eine vorgegebene Linie auf dem hunderttheiligen Maßstabe (Fig. 48.) zu messen.

1) Man untersuche abermahls zuerst, ob die vorgegebene Linie, welche man zwischen den Zirkelspitzen gefaßt hat, über 10, 20 oder 30 Ruthen sey, welches man auf der untern Linie AB leicht finden kann.

Wenn man z. E. findet daß sie über 30 Ruthen lang ist;

2) Dann sehe man ferner, indem man die eine Zirkelspitze auf den Punct B setzt, wie viel ganze Ruthen die andere Spitze zwischen FA faßt.

3) Wenn man nun z. B. findet, daß es über 36 Ruthen sind; so fahre man von einer Parallellinie zur andern auf der Linie BD in die Höhe, bis die andere Zirkelspitze auf eine von den Transversallinien trifft; so zeigt die bey der Parallele stehende Nummer die Anzahl

der

der Füße welche über 36 Ruthen noch sind. — Die siebte Parallele z. B. würde zeigen, daß es 36° 7′ sind.

Anmerk. Eine gewisse Anzahl Ruthen und Füße mit dem Zirkel von diesem Maßstab abzutragen, wird aus diesen letzten 3 §§. leicht zu erlernen seyn. — Uebrigens bemerke ich noch, daß wenn man nach diesem hunderttheiligen Maßstab (Fig. 48.) eine Linie misset, und keine Füße sondern lauter ganze Ruthen findet, man doch alle Mahl eine o hinzusetzen müsse Z. B. man findet 18 ganze Ruthen, schreibet man 18° 0′. — Der Nutzen davon wird sich bey der Decimal-Rechnung zeigen; wir begnügen uns hier solches vorläufig zu merken.

§. 50.

Einen Winkelmesser oder so genannten Transporteur zu zeichnen.

1) Aus dem Mittelpuncte D (Fig. 49.) beschreibe man den Bogen ABC, welcher auf der geraden Linie ADC einen halben Kreis ausmacht.

2) Den Radius womit dieser halbe Kreis beschrieben worden, trage man nach §. 43. darin herum, so wird durch die Puncte a und b derselbe in Bogen von 60 Graden getheilt.

3) Diese Bogen Aa; ab und bC halbire man, durch die Puncte cB und d; so machen die Bogen AC; ca; aB; Bb; bd und dC jeder 30 Grad.

4) Diese Bogen theile man in 3 Theile, wie die Figur zeigt; so hat man die Grade von 10 zu 10.

5) Diese halbire man, (welches hier wegen Kleinheit der Figur nicht mehr geschehen ist) so erhält man Bogen von 5 zu 5 Graden.

6) Endlich theile man auch die in 5 Theile, so hat man einzelne Grade welche man, wenn die Größe des Bogens es verstattet, in halbe oder viertel ferner eintheilen kann.

7) Damit man die Grade von 10 zu 5 und von 5 zu 1 desto leichter unterscheiden könne; so mache man (wie die Figur zeigt) einige parallele Kreise, und ziehe alle Grade nach dem Mittelpunct D hin, und zwar so, daß die einzelnen Grade bis an den ersten; die von 5 zu 5, bis an den zweyten; die von 10 zu 10 bis an den dritten Kreis gezeichnet werden; so ist der Winkelmesser oder Transporteur fertig.

Anmerk. Ein solches Instrument von Metall zu machen ist das Werk eines Künstlers. Von Papier aber, wovon einige Blätter, um mehrerer Festigkeit willen auf einander geklebt werden können, läßt sich solches, nach einiger Uebung, durch Kinder, unter der Anführung eines Lehrers, wohl zu Stande bringen, so daß es brauchbar ist. — Es wird aber wohl kein Lehrer dieser Materie so unerfahren in der Sache seyn, daß er die äußere Gestalt dieses Instruments nicht kennete: daher erspare ich mir die Mühe solches ferner zu beschreiben.

§. 51.

Einen Winkel auf dem Papiere mit dem Transporteur auszumessen.

1) Der gegebene Winkel auf dem Papiere sey ACB (Fig. 50.) — Man lege den Transporteur, (welcher bekanntlich inwendig bis ans Centrum ausgeschnitten ist) mit seinem Mittel-

telpunct an den Scheitelpunct des Winkels so daß der Durchmesser desselben, wo die Grade anfangen, an den einen Schenkel CB zu liegen kommt.

2) Dann zähle man von B nach D die Grade, (welche auf dem Transporteur von 10 zu 10 mit Nummern deutlich bemerkt sind) welche der andere Schenkel AC auf dem Rand des Instruments abschneidet; so hat man das Maß des Winkels.

§. 52.
Einen Winkel, welcher in Graden gegeben ist, durch Hülfe des Transporteurs aufs Papier zu tragen.

1) Der Winkel soll z. B. 45 Grade halten (Fig. 50.) — Man ziehe die Linie CB welche den einen Schenkel des Winkels abgeben soll.

2) Dann lege man den Transporteur so an, wie Figur zeigt, und steche bey dem Rande des Transporteurs am 45ten Grad einen Punct D.

3) Endlich ziehe man die Linie CDA, welche den andern Schenkel des verlangten Winkels abgibt.

§. 53.
Einen gleichseitigen Triangel nach dem verjüngtem Maßstabe zu zeichnen, dessen Seite in Zahlen gegeben ist.

1) Die Seite des Triangels soll z. B. 14° 6 Fuß seyn; so nehme man (nach §. 49. und Anmerk.) diese auf dem hundertheiligen Maßstab Fig. 48. und mache

2) die

2) die Grundlinie AB (Fig. 34.) sammt den übrigen Seiten nach diesem Maß, wie §. 31. gelehrt worden.

§. 54.

Einen gleichschenkligen Triangel nach dem verjüngten Maßstabe zu zeichnen, dessen Seiten in Zahlen gegeben worden.

1) Nach Fig. 35. sey AB = 11° 5′; CD = 16° 8′. —

2) Man nehme diese Maße auf dem Maßstab Fig. 48. und zeichne nach §. 32. den Triangel.

§. 55.

Einen ungleichseitigen Triangel nach dem verjüngten Maßstabe zu zeichnen, dessen Seiten in Zahlen gegeben worden.

1) Nach Fig. 36. sey AB = 18° 9′; CD; 16° 4′; EF = 11° 2′.

2) Man nehme diese Maße vom verjüngten Maßstabe und zeichne den Triangel nach §. 33.

§. 56.

Wie viel Grade die drey Winkel eines Triangels zusammen betragen.

Man zeichne 4 oder 5 Triangel von verschiedener Größe und Gestalt aufs Papier, und messe mit dem Transporteur nach §. 51. die drey Winkel in jedem Triangel mit vieler Sorgfalt und Genauigkeit aus; so wird man sich durch die Er-

fahrung überzeugen können, daß die drey Winkel in jedem Triangel 180 Grade oder einen halben Cirkel zum Maße haben.

Anmerk. Was von einigen Triangeln gilt, das ist freylich im geometrischen Verstande darum noch nicht von allen erwiesen. Es könnte aber bey Kindern genug seyn diesen Satz aufs Wort des Lehrers zu glauben. Damit indessen dieser wichtige Satz doch einigen Beweis erhalte und sich bey Kindern desto unvergeßlicher erhalte; so habe ich diese Probe statt eines geometrischen Beweises hier zur Vorübung anführen wollen.

§. 57.

Wie viel die äußern Winkel in jedem Vieleck zu ihrem Maß halten.

1) Jedes Vieleck (Fig. 24.) läßt sich durch Diagonal-Linien in so viel Triangel vertheilen wie die Figur Seiten hat weniger zwey; z. B. das Sechseck in 4 Triangel; das Neuneck in 7 Triangel u. s. w.

2) Da nun alle diese Triangel ihre Winkel an der Peripherie des Vielecks haben; so macht die Summe ihrer Winkel auch die Summe der Winkel im Vielecke aus.

3) Da nun in jedem Triangel (nach §. 56.) die drey Winkel 180 Grad ausmachen; so darf man nur 180 mit der Anzahl der Triangel eines Vielecks multipliciren, so kommt die Zahl der Grade heraus welche alle Winkel des Vielecks zu ihrem Maß haben.

Z. E. Fig. 24. ein Siebeneck hat 5 Triangel, also 5 Mahl 180 oder 900 Grade für die Summe aller Winkel.

Anmerk. Es ist diese Aufgabe in der practischen Geometrie von großem Nutzen, um sogleich sehen zu können, ob man bey Messung der Winkel gefehlt habe. Man wird also wohl thun mehrere Fälle dieser Art durchzugehen.

§. 58.

Die Winkel und Seiten eines Triangels auf dem Papier zu messen und solche nach diesen gefundenen Maßen auf ein anderes Papier zu zeichnen oder aufzutragen.

1) Man zeichne sich auf ein Blatt Papier oder auf eine Schreibtafel einen Triangel aus freyer Hand nur so roh hin, ungefähr wie der Triangel beschaffen ist welchen man ausmessen will.

2) Alsdann messe man nach §. 48. und 49. die Seiten des vorgegebenen Triangels und nach §. 51. die Winkel desselben und schreibe beides an die aus freyer Hand gezeichnete Figur, (welche man das Brouillon nennet) nähmlich an jede Linie die Länge und in jeden Winkel die gefundene Zahl der Grade.

3) Auch addire man zur Probe die 3 Winkel, ob selbige 180 Grade machen und also bey deren Ausmessung kein Fehler begangen ist.

4) Endlich zeichne man eine Seite (Fig. 39.) AB des Triangels und gebe derselben nach dem ver-

verjüngten Maßstabe das im Brouillon befindliche aufgeschriebene Maß, trage daran nach §. 52. die gleichfalls im Brouillon befindliche Größe der beiden Winkel x und y und verlängere die Schenkel bis sie sich in C treffen; so ist der Triangel aufgetragen.

Anmerk. Man sieht aus der nähern Betrachtung dieser Aufgabe: 1) daß man zwey der gemessenen Seiten des Triangels beym Auftragen nicht gebraucht. Und 2) daß auch ein Winkel mehr gemessen worden als nöthig gewesen wäre. — Es dienen aber diese überflüssigen Data zur Probe ob man richtig gemessen und richtig aufgetragen hat; welche Probe dann also durch Nachmessung der übrigen Theile an der aufgetragenen Figur zu machen ist. — Man hat zur Auftragung eines Triangels jedes Mahl nur drey Theile nöthig, nähmlich; a) die drey Seiten; oder b) zwey Seiten und einen Winkel, oder c) zwey Winkel und eine Seite. Alles was mehr gemessen wird, ist — in so fern es nicht zur Probe angewandt wird — überflüssig.

§. 59.

Die Seiten und Winkel eines Vielecks auf dem Papiere auszumessen und solche Figur darnach auf ein anderes Papier zu zeichnen oder aufzutragen.

1) Das Vieleck sey (Fig. 44.) ABCDE. — Man zeichne aus freyer Hand auf eine Schreibtafel die Figur ungefähr nach, nähmlich mit so viel Seiten und Winkeln als die vorgegebene Figur hat, — dieses ist das Brouillon.

2) Dann messe man nach §. 48. und §. 51. die Seiten und Winkel der vorgegebenen Figur und

und schreibe die gefundenen Maße in der gehörigen Ordnung ins Brouillon.

3) Endlich zeichne man auf ein anderes Papier die Linie ab (Fig. 44.) nach dem verjüngten Maßstabe der Linie AB gleich und trage an den Punct a den Winkel A und an den Punct b den Winkel B. Man mache die Schenkel dieser Winkel nach dem verjüngten Maßstabe so groß, daß ae mit AE und bc mit BC gleich wird. An e und c trage man nach dem Brouillon wieder die Winkel E und C, so werden dessen Schenkel sich bey d berühren und die ganze Figur schließen.

Anmerk. Die Linien ed und dc sammt dem Winkel d sind zum Schluß der Figur nicht nöthig sondern ergeben sich von selbst. Es dienen aber diese drey Theile, da man die Maße davon im Brouillon hat, zur Probe ob man richtig gearbeitet hat. — Doch muß ich hier bemerken, daß es zumahl bey Anfängern schwer hält, die Winkel so richtig aufzutragen, daß am Ende die Figur eine scharfe Probe ertragen könne. Es liegt dieser Fehler aber nicht an der Geometrie sondern an der Ungeschicklichkeit des Anfängers. Diese Schwierigkeit wird immer größer, je mehr Seiten und Winkel die Figur hat.

§. 60.
Ein Vieleck durch Hülfe des Parallellineals abzutragen.

1) Die Figur ABCDE Fig. 44. soll durchs Parallellineal abgetragen oder, so zu sagen, auf eine andere Stelle in abcde versetzt wer-

werden. — Man lege das Parallellineal an die Seite AB und verschiebe es so, daß die Linie ab daran gezogen werden kann, und mache mit dem Zirkel die Linie ab der Linie AB gleich. — Dann

2) lege man das Lineal an die Linie BC und ziehe damit die Parallele bc; mache solche abermahls der Linie BC gleich.

3) Endlich fahre man mit den übrigen Linien CD, DE und EA so auf eben die Art nach der Ordnung fort, so wird sich die Figur abcde schließen und der andern ABCDE gleich werden.

§. 61.

Ein Vieleck aus einem darin angenommenen Puncte, geometrisch abzutragen.

1) ABCDEFG (Fig. 51.) sey dieß Vieleck und H der darin angenommene Punct. — Man ziehe von H nach jedem Winkel der Figur eine blinde Linie HA, HB u. s. w.

2) Man messe alle die um den Punct H sich befindenden Winkel und schreibe solche nach der Ordnung in ein Brouillon; auch untersuche man, ob das gesammte Maß dieser Winkel einen ganzen Kreis oder 360 Grade ausmache.

3) Die Schenkel dieser Winkel HA; HB u. s. w. messe man nach dem verjüngten Maßstabe und schreibe die gefundenen Längen abermahls nach der gehörigen Ordnung ins Brouillon.

4) Dann nehme man auf einem andern Papiere einen Punct h an und trage die Winkel nach der Vorschrift des Brouillons daran herum.

5) Die Schenkel dieser Winkel steche man nach dem verjüngten Maßstab so ab, wie das Brouillon vorschreibt; daß nähmlich ha der Linie HA; hb der Linie HB u. s. w. gleich wird.

6) Endlich ziehe man die Puncte ab, bc, cd u. s. w. durch gerade Linien zusammen; so wird die Figur abcdefg, der andern AB CDEFG gleich seyn.

§. 62.

Ein Vieleck von vielen Seiten durch Hülfe einer einfachern Figur geometrisch zu verzeichnen.

1) Die Fig. 56. sign. ⊙ sey das Vieleck welches man geometrisch verzeichnen soll. — Man ziehe darin willkührlich einen Triangel NOP, welchen man nach §. 58 ausmisset und ins Brouillon schreibt.

2) Dann messe man die Perpendikel 1, 2, 3, u. s. w. welche nach allen Winkeln der Figur gezogen sind, ebenfalls nach demselben verjüngten Maßstab und schreibe die Länge derselben ebenfalls ins Brouillon.

3) Die Entfernungen der Perpendikel von einander welche man auf den Seiten des Triangels misset, schreibe man nach der Ordnung dabey.

4) Dann

4) Dann trägt man den Triangel NOP nach §. 58. auf ein andres Papier; und sticht auf den Seiten desselben in den gehörigen Entfernungen von einander, die Perpendikel nach den Maßen des Brouillons ab.

5) Endlich zieht man die Endpuncte der Perpendikel mit den geraden Linien AB, BC, CD. u. s. w. zusammen, so wird die Figur der vorgegebenen gleich.

§. 63.

Eine krumlinige Figur, vermittelst einer einfachern Figur geometrisch abzutragen.

1) In der Figur 46., welche abgetragen werden soll, zeichne man nach Gefallen das Viereck ABCD und verfahre in allen Stücken nach der vorigen Aufgabe und dem §. 45. so daß so wohl die Seiten der Figur ABCD als auch die nach allen beträchtlichen Krümmungen der Hauptfigur gezogenen Perpendikel, 1, 2, 3. sammt ihren Entfernungen von einander, nach dem verjüngten Maßstab ausgemessen und ins Brouillon geschrieben werden.

2) Dann trage man nach den Maßen, welche im Brouillon bemerkt werden, das Viereck abcd auf und setze daran nach dem verjüngten Maßstab die Perpendikel in ihren gehörigen Entfernungen von einander.

3) Endlich ziehe man mit einiger Beyhülfe des Augenmaßes die Endpuncte der Perpendikel

an einander; so wird die krumlinige Figur der vorgegebenen gleich werden.

Anmerk. Um diese und die vorigen Aufgaben alle mit glücklichem Erfolge zu machen, ist es nöthig, daß alle Puncte wo die Perpendikel errichtet werden mit Buchstaben oder Nummern bezeichnet sind, damit man sich bey dem Abtragen und Auftragen nicht verwirre.

Von ähnlichen Figuren, und deren geometrischer Zeichnung.

§. 64.

Zwey verjüngte Maßstäbe von verschiedener Größe.

Zu den folgenden Aufgaben sind zwey verschiedene Maßstäbe nöthig, beide nach der Einrichtung von Fig. 48; jedoch so daß der eine zwey oder drey Mahl größer ist als der andere. Wenn man den größten etwa so einrichtet daß AF oder der Raum von 10 Ruthen, $1\frac{1}{2}$ Zoll ausmacht; und dann den andern so, daß 10 Ruthen nur $\frac{1}{2}$ Zoll betragen; so wird man zu diesem Zwecke eine gute Proportion treffen. Nach dem großen Maßstabe werden alsdann die größern vorgegebenen Figuren ausgemessen; und nach dem kleinern Maßstabe zeichnet man die diesen ähnlich werden sollenden Figuren.

§. 65.
Wiederhohlung des Begriffs der Aehnlichkeit und fernere Erläuterung darüber

Es ist im §. 24. bereits erwähnt, daß ähnliche Figuren sich durch nichts als ihre verschiedene Größe unterscheiden. — Wir wollen dieses durch die im vorigen § angeführten verschiedenen Maßstäbe näher erläutern.

1) In Fig. 52. sind die beiden gleichseitigen Triangel einander ähnlich; denn wenn ab die Hälfte oder den dritten Theil von AB macht; so haben die andern Seiten ac und bc zu ac und BC eben das nähmliche Verhältniß, und unterscheiden sich durch nichts als durch ihre verschiedene Größe von einander; folglich sind sie ähnlich.

2) In Fig. 53. sind die beiden gleichschenkligen Triangel einander ähnlich, weil ab die Hälfte von AB; und ac und bc die Hälfte der Linien AC und BC betragen. Wenn also beide Triangel nach verschiedenen Maßstäben gezeichnet sind, so muß ab auf dem kleinen Maßstabe so viel Ruthen und Füße halten wie AB auf dem größern beträgt; und eben so auch die Linien AC und BC müssen aufdem größern Maßstabe so viel Ruthen und Füße betragen wie ac und bc auf dem kleinern halten.

3) Die beiden Trapezia (Fig. 54.) ABCD und abcd sind einander ähnlich, wenn beide

 nach

nach verschiedenen Maßstäben so gezeichnet sind, daß AB und ab; BC und bc; CD und cd; DA und da endlich auch die Diagonalen DB und db, jede auf dem ihnen zugehörigen Maßstabe gemessen, gleich viel Ruthen halten.

4) Die beiden Vielecke Fig. 55. ABCDEF und abcdef sind nach Maßstäben von verschiedener Größe auf einerley Art gezeichnet. Nähmlich die Seite AB hält so viel Ruthen und Fuße auf dem größern Maßstabe wie ab auf dem kleinern beträgt; und das ist der Fall mit allen folgenden Seiten welche in einerley Ordnung auf einander folgen als BC und bc; CD und cd; u. s. w. Die Winkel aber welche in gleicher Ordnung mit einerley Buchstaben bemerkt sind, haben gleich viel Grade, nähmlich A so groß wie a; B so groß wie b; u. s. w. daher unterscheiden sich diese beiden Vielecke durch nichts als ihre verschiedene Größe; folglich sind sie einander ähnlich.

5) Eben dieses ist der Fall bey den beiden Figuren 56. ABCD ꝛc. und abcd ꝛc.

§. 66.

Einen Triangel zu zeichnen, der einem andern gegebenen ähnlich ist.

1) Man messe die Seiten des gegebenen Triangels nach dem größern §. 64. erwähnten Maßstabe

stabe aus, wie auch die Winkel desselben mit dem Transporteur; und schreibe diese gefundenen Maße sämmtlich ins Brouillon wie §. 58. gelehrt worden.

2) Dann zeichne man nach dem kleineren §. 64. erwähnten Maßstabe die Figur nach den im Brouillon befindlichen Maßen auf ein anders Papier, wie §. 58. bereits näher erläutert worden; so wird man eine Figur erhalten welche der vorgegebenen ähnlich ist.

§. 67.

Ein Trapezium zu zeichnen, das einem andern gegebenen ähnlich ist.

1) Fig. 54. ABCD sey das gegebene Trapezium. — Man ziehe darin die Diagonale BD; messe alsdann nach dem größern Maßstabe die vier Seiten nebst der Diagonale aus und schreibe die Maße in ein Brouillon.

2) Dann zeichne man aus dem Brouillon die Figur nach dem kleinern Maßstabe auf ein anderes Papier, wie §. 41 solches gelehrt worden; so erhält man eine Figur abcd welche der größern ABCD völlig ähnlich ist.

§. 68.

Ein Vieleck durch Hülfe der Diagonalen zu zeichnen, das einem andern vorgegebenen ähnlich ist.

Das Vieleck ABCDE, (Fig. 44.) wird durch die Diagonalen AC und EC in drey

Triangel getheilt, deren Seiten sämmtlich nach dem größern Maßstabe ausgemessen, in ein Brouillon getragen und aus demselben nach dem kleinern Maßstabe auf ein anderes Papier getragen werden, so wie solches nach §. 67. mit den beiden Triangeln des Trapezii geschehen.

§. 69.

Ein Vieleck nach den Maßen der Seiten und Winkel zu zeichnen, so daß es einem andern vorgegebenen ähnlich ist.

1) Das gegebene Vieleck sey ABCDEF, (Fig. 55.) — Man messe nach dem größern Maßstabe die sämmtlichen Seiten der Figur aus nnd schreibe die gefundenen Maße in ein Brouillon wie solches §. 59. gelehrt worden ist.

2) Dann messe man auch die sämmtlichen Winkel der Figur mit dem Transporteur aus und schreibe die Grade eines jeden gleichfalls ins Brouillon zwischen den ihm gehörigen Schenkel, so daß alles ohne Verwirrung bleibt.

3) Endlich zeichne man nach Anleitung des Brouillons die Figur nach dem kleinern Maßstabe auf ein anderes Papier und bringe die Winkel mit dem Transporteur dabey zur gehörigen Stelle wie §. 59. gezeigt worden; so wird das Vieleck dem vorgegebenen ähnlich werden.

§ 70.
Ein Vieleck von vielen Seiten zu zeichnen welches einem andern vorgegebenen ähnlich ist.

1) Man zeichne in dem vorgegebenen Vielecke Fig. 56. sign. ⊙ eine andere einfache Figur NOP, messe diese so wie auch die Perpendikel und deren Entfernungen nach dem größern Maßstabe aus, und schreibe alles deutlich mit der gehörigen Ordnung ins Brouillon, §. 62.

2) Dann zeichne man nach dem kleineren Maßstabe die Fig. 56. sign. ☾ nach Anleitung der Maße welche das Brouillon enthält, so daß sowohl nop als die Perpendikel 1, 2, 3, 4 ꝛc. die gehörige Länge und die nöthige Entfernung von einander erhalten.

3) Endlich ziehe man die Endpuncte der Perpendikel durch die geraden Linien ab, bc, cd, ꝛc. zusammen; so wird die Fig. sign. ☾ der Fig. sign. ⊙ ähnlich seyn.

§. 71.
Eine geschlossene krummlinige Figur zu zeichnen, welche einer andern vorgegebenen ähnlich ist.

Die Fig. 46. sammt den §§. 63. und 70. geben alles an was hierzu nöthig ist; und ist dabey weiter nichts zu empfehlen, als daß alles mit gehöriger Ordnung ins Brouillon und nach demselben durch Hülfe des kleinern Maßstabes, wieder auf ein anderes Papier getragen werde; zu welchem Ende alle Puncte zu nummeriren sind.

Von Ausrechnung der Figuren.

§. 72.

Worin die Decimal-Rechnung besteht.

Wenn die Unterabtheilung der Größen womit man rechnet von 10 zu 10 gehet, so nennet man diese Rechnung die **Decimal-Rechnung.** Z. B. wenn die Ruthe in 10 Fuß; der Fuß in 10 Zoll; der Zoll in 10 Linien getheilet wird.

§. 73.

Was die Decimal-Rechnung für Vortheile hat.

Wenn man 8° 5′ 3″ 6‴ (d. heißt 8 Ruthen 5 Fuß 3 Zoll 6 Linien) in lauter Linien verwandeln will, so macht man die 8° erst zu Fußen, wozu die 5′ addirt werden, gibt 85′. — Dann diese 85′ zu Zollen und die 3″ dazu, gibt 853″. Endlich diese 853″ zu Linien gemacht und die 6‴ dazu, gibt 8536‴. — Man sieht also, daß 8° 5′ 3″ 6‴ auf lauter Linien reducirt 8536 Linien gibt. — Daraus erhellet also, (welches sich auch durch mehrere dergleichen Beyspiele in Erfahrung bringen läßt), daß bey der Decimal-Rechnung eine jede Zahl beym ersten Anblick, und ohne alle Weitläuftigkeit sogleich auf die kleinste Abtheilung reducirt, und auch wieder auf die größte Theilung hergestellt werden kann. Denn so wie nach obigem Beyspiele 8° 5′ 3″ 6‴ so viel als 8536 Linien betragen, so wird jede andere Zahl z. B. 9° 4′ 6″ 2‴ so gleich beym ersten Anblick in 9462‴ verwandelt

werden können. Und umgekehrt läßt sich also sagen, daß 9462‴ sogleich auf Ruthen, Fuße und Zolle sich bringen lassen, wenn man nur die erste Ziffer rechter Hand für die Linien; die darauf folgende für die Zolle; die darauf wieder folgende für die Fuße und den Rest für die Ruthen abschneidet; nähmlich 9462‴ sind 9°|4′|6″|2‴. — Wenn eine Zahl z. B. 48 Ruthen zu lauter Füßen gemacht werden soll, so geschiehet solches (nach der Multiplication mit 10) wenn man eine 0 dazu setzt; also 48° machen 480 Fuße. Diese 480′ zu Zolle gemacht gibt 4800″. Und endlich diese Zolle zu Linien gemacht gibt 48000‴.

§. 74.

Wie viel kleinere Quadrate in einem größern enthalten seyn können.

Das Quadrat ABCD (Fig. 57.) halte auf jeder Seite 4 Fuß. — Wenn man nun das Ganze durch die den Seiten parallel laufende Linien in Quadratfuße abtheilt; so findet sich daß 4 Reihen jede von 4 Quadratfußen sich darin befinden welches 16 beträgt. Daraus folgt also die Regel, **daß der Inhalt eines Quadrats gefunden wird, wenn man seine Seite mit sich selbst multiplicirt; d. h. in diesem Falle 4 Mahl 4 gibt 16 Quadratfuß.**

§. 75.

§. 75.

Ein Oblongum zu untersuchen wie viel Quadratfuße es enthalten könne.

Man zeichne das Oblongum ABCD, so daß dessen Seite AB 6 Fuß, und die Seite AC 3 Fuß lang ist, und theile darnach die Figur vermittelst Parallellinien in lauter Quadratfuße; so findet sich, daß solches 3 Reihen gibt, welche jede 6 Quadratfüße enthalten; also 18 überhaupt. — Es folgt also daraus die Regel; **daß der Inhalt eines Oblongi heraus kommt, wenn man die lange Seite mit der schmalen multiplicirt; also in diesem Falle 3 Mahl 6 gibt 18 Quadrafuße.**

§ 76.

Den Flächen = Inhalt eines jeden Quadrats auszumessen.

1) Man messe die Seite des Quadrats nach demjenigen Maßstabe wornach die Figur aufgetragen oder gezeichnet ist.

2) Diese Zahl reducire man auf das kleinste Maß welches darin enthalten ist nach §. 73; und multiplicire diese Größe mit sich selbst; so kommt der Inhalt des Quadrats nach Quadraten dieser reducirten Größe heraus. Z. E. die Seite des Quadrats sey 5° 8′ 9″

9'' 4'''; so ist diese Linie 5894 Linien, (§. 73.)
multiplicirt mit 5894

23576
53046
47152
29470

gibt 34739236

Anmerk. Diese Quadratlinien auf Quadratruthen zu reduciren, setzt voraus daß man wisse, wie viel Quadratlinien auf einen Quadratzoll; dann wie viel Quadratzolle auf einen Quadratfuß; und endlich wie viel Quadratfuße auf eine Quadratruthe gehen. — Da nun ein Zoll 10 Linien enthält; so folgt nach §. 74. daß ein Quadratzoll 100 Quadratlinien hat. — Und auf eben die Art findet sich, daß ein Quadratfuß 100 Quadratzoll, und eine Quadratruthe 100 Quadratfüße hat.

Dividirt man also obige 34739236 Quadratlinien durch 100; so findet man 347392 □'' 36 □'''. Ferner diese 347392 □'' durch 100 dividirt gibt 3473 □' 92 □''. — Endlich diese 3473 □' durch 100 dividirt gibt 34 □° 73 □'. — Also betragen diese obigen 34739236 □''' nach dieser Reduction 34 □° 73 □' 92 □'' 36 □'''. Woraus dann erhellet, daß man nur rechter Hand zwey Ziffern für die □ Linien; abermahls zwey Ziffern für die □ Zolle; und nochmals zwey Ziffern für die □ Füße abschneiden dürfe. Die Zahl 34739236 □''' wird also kurz beym ersten Anblick durch Abschneidung von zwey Ziffern zurückgeführt, so aussehen
34 □° | 73 □' | 92 □'' | 36 □'''

Man siehet also den Nutzen der Decimal-Rechnung hier abermahls, und noch mit größern Vortheilen wie er §. 73. gezeigt werden konnte.

§. 77.

Den Quadrat-Inhalt eines jeden Oblongi auszumessen.

1) Man messe beide Seiten des Oblongi nach dem Maßstabe wornach die Figur gezeichnet ist.

2) Die

2) Die so gefundenen Zahlen reducire man auf das kleinste Maß welches dabey sich findet nach §. 73. und multiplicire diese in einander, so kommt der Inhalt des Oblongi heraus.

Z. E. die längste Seite sey 3° 4′ 2″ 3‴
die kürzere Seite sey 1° 2′ 4″ 0‴
so ist die längste Seite = 3423‴
die kürzere = 1240‴

$$\begin{array}{r} 136920 \\ 6846 \\ 3423 \\ \hline 4244520 \; \square''' \end{array}$$

Das ist 4 □° 24 □′ 45 □″ 20 □‴ (nach §. 76. Anmerk.)

§. 78.

Wie aus dem Quadrat-Inhalt eines Rectanguli (das ist, eines Quadrats oder Oblongi) der Inhalt eines rechtwinkligen Triangels folget.

1) Das Rectangulum ABCD Fig. 59, wird durch die Diagonale CB in zwey gleiche Triangel getheilet. (Denn die Triangel ACB und CDB können nicht anders als gleich seyn, weil sie gleiche Seiten haben, und aus drey Linien sich nur ein Triangel machen läßt.)

2) Um also den Inhalt des rechtwinkligen Triangels ACB nach Quadratmaße zu finden; so darf man nur das ganze Rectangulum ABCD nach §. 77. ausrechnen und davon

von die Hälfte nehmen so kömmt der Quadrat-Gehalt des Triangels heraus.

Z. B. AB sey $= 13^{\circ}\ 4'\ 5'' = 1345''$
AC $= 10^{\circ}\ 2'\ 0'' = 1020''$

$$\begin{array}{r} 26900 \\ 2690 \\ 13450 \\ \hline 2)\ 13745900 \end{array}$$

also der Inhalt des Triangels $= 6872950 \square''$ das ist $= 687 \square^{\circ}\ 29 \square'\ 50''$ (nach §. 76. Anmerk.)

§. 79.

Wie aus dem Quadrat-Inhalt eines rechtwinkligen Triangels der Quadrat-Inhalt eines spitzwinkligen Triangels folgt, welcher mit ersterm gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

1) Die Höhe des Triangels FEH (Fig. 59.) wird durch die Perpendicularlinie FI bestimmt; und diese theilet den spitzwinkligen Triangel FEH in zwey rechtwinklige EFI und FIH, welche beide nach dem vorigen §. ausgerechnet werden können, und deren Summe also den ganzen Triangel ausmacht.

2) Nun ist aber aus der Arithmetik bekannt, daß jedes Mahl gleich viel heraus komme, ob man eine ganze Zahl mit einer andern multipliciret, oder ob man die Theile einer Zahl (welche das Ganze ausmachen) mit der andern

dern Zahl multiplicirt und dann diese beide Producte addirt. z. B.

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 12 & = 7 + & 5 \\
\text{multipl. mit} & 5 & 5 & 5 \\
\hline
\text{gibt} & 60 & 35 & 25 \\
 & & \text{addirt} & 25 \\
\hline
 & & \text{gibt} & 60
\end{array}
$$

3) Da nun die Grundlinie aus den beiden Theilen EI und IH besteht; so wird es gleich viel seyn, ob man diese Theile einzeln mit der Höhe FI multiplicirt, oder ob man das Ganze EH mit derselben Höhe multiplicirt.

4) Es folgt also hieraus, das der Inhalt eines spitzwinkligen Triangels gefunden werde, wenn man seine Grundlinie mit seiner senkrechten Höhe multiplicirt, und davon die Hälfte nimmt. — Es sey demnach

$$EH = 13^{\circ}\,4'\,5'' = 1345''$$
$$FI = 10^{\circ}\,2'\,0'' = 1020''$$

so ist der Inhalt des Rhombus

$$EFGH = 1374590 0\,\square''$$

und also der Triangel EFH

welcher die Hälfte davon ist $= 687295 0\,\square''$

wie im vorigen §. beym rechtwinkligen Triangel gefunden ward.

§. 80.

Wie ferner aus dem Inhalte eines spitzwinkligen Triangels der Inhalt eines Rhombi gefunden wird; und aus dem Inhalte einer Rhomboidal-Figur der Inhalt eines stumpfwinkligen Triangels folgt.

1) Der vorige §. zeigt, daß durch die Multiplication der Grundlinie eines Triangels mit seiner senkrechten Höhe der Inhalt eines Rhombi EFGH heraus kommt, wovon der Triangel EFH die Hälfte ist. Folglich fließt daraus die Regel: **daß der Inhalt einer Rhomboidal-Figur gefunden wird, wenn man die Grundlinie desselben mit seiner senkrechten Höhe multiplicirt.**

2) Betrachtet man nun ferner (Fig. 59.) das schiefwinklige Parallelogramm KLNO welches mit dem vorigen EFGH gleich, nur durch die Diagonale KN in zwey stumpfwinklige Triangel getheilt ist; so folgt, daß der Triangel KLN (da er die Hälfte von dem Parallelogramm KLNO ist), dem Triangel FEH gleich seyn müsse. — Mithin wird der Quadrat-Inhalt desselben gefunden, wenn man seine Grundlinie KL mit der Höhe des Rhombus KLNO, (das ist die Perpendicular-Linie NM) multiplicirt und davon die Hälfte nimmt.

§. 81.

Alle Triangel welche gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben, sind einander am Inhalte gleich.

Durch Betrachtung der Triangel in der Fig. 59. haben wir in den vorigen §§. gefunden, daß der Inhalt eines jeden Triangels, er mag rechtwinklig, spitzwinklig oder stumpfwinklig seyn, heraus komme, wenn man seine Grundlinie mit seiner senkrechten Höhe multiplicirt und das Product durch 2 dividirt. — Es folgt also hieraus die in der Geometrie so wichtige Regel: daß alle Triangel ACB; EFH; KLN, welche gleiche Grundlinie AB = EH = KL und mit ihren Spitzen C; F und N oben einerley gerade Linie berühren welche mit der untern Linie AM parallel ist; unter einander gleich sind. Diese Regel pflegt man kurz so auszudrücken: **alle Triangel welche gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben sind einander (dem Quadrat-Inhalte nach) gleich.**

§. 82.

Ein ungleichseitiges Viereck (Trapezium) auszurechnen.

a.

Wenn das Viereck zwey parallele Seiten hat, Fig. 18.

1) Man ziehe die senkrechte Linie ab und theile solche in zwey gleiche Theile.

2) Durch

2) Durch den Mittelpunct dieser senkrechten Linie ziehe man die Linie cd mit den übrigen Linien AB und CD parallel.

3) Man messe die Linie cd und ab nach dem zur Figur gehörigen verjüngten Maßstab aus, und multiplicire beide Längen in einander, so kommt der Quadrat-Inhalt des Trapezii ABCD heraus.

Z. B. Es sey

cd = 8° 6′ = 86′
ab = 5° 4′ = 54′

344
430

also der Inhalt des Trapezii

= 4644 □′ = 46 □′ 44 □′

Anmerk. Es ist sichtbar, daß die Linie CD für die Figur allein zu groß; AB hingegen zu klein ist. Also gibt cd eine Mittellinie zwischen AB und CD welche um eben so viel größer ist als die eine, wie sie kleiner ist als die andere.

b.

Wenn die Seiten nicht parallel laufen, Fig. 21.

1) Man theile die Figur durch die Diagonale AB in zwey Triangel.

2) Nehme AB für die gemeinschaftliche Grundlinie beider dieser Triangel an und fälle darauf die beiden Perpendikel Ca und Da.

3) Endlich messe man auf dem zur Figur gehörigen Maßstab die Linie AB sammt den Perpendikeln Ca und Da; und rechne jeden Triangel nach §. 79. für sich aus und addire den Inhalt dieser beiden Triangel zusammen, so kömmt der Inhalt des ganzen Trapezii heraus.

Z. B. AB = 16° 4′ = 164′
eC = 9° 3′ = 93′

492
1476

2) 15252

also der △ ACB = 7626 □′
ferner AB = 16° 4′ = 164′
Df = 7° 0′ = 70′

2) 11480

also der △ ABD = 5740 □′
hierzu den △ ACB = 7626

gibt 13366 □′
= 133 □° 66 □′ für die Figur ABCD.

§. 83.

Den Inhalt eines jeden Vielecks durch Triangel auszurechnen.

1) Man theile das vorhabende Vieleck (Fig. 24) durch seine Diagonalen in Triangel a, b, c, d, e.

2) Man messe die zur Ausrechnung eines jeden Triangels erforderlichen Theile auf dem zur

Figur

Figur gehörigen Maßstab aus und schreibe solches in gehöriger Ordnung zur Multiplication unter einander.

2) Wenn man nun so den Inhalt eines jeden Triangels nach §. 79. ausgerechnet hat; so addire man solche alle zusammen, so kommt der Inhalt des ganzen Vielecks heraus.

Z. B.

Δa.	Δb.	Δc.	Δd.	Δe.
Grundlinie = 11°3′	= 16°3′	= 16°3′	= 14°0′	= 12°3′
Perpendikel = 4°7′	= 30′	= 5°2′	= 42′	= 4°3′
791	2) 4890	326	280	369
452	Δb = 2445	815	560	492
2) 5311		2) 8476	2) 5880	2) 5289
Δa = 1655½		Δc = 4238	Δd = 2940	Δe = 2644½

diese Triangel sämmtlich addiret:

Δa = 2655½
Δb = 2445
Δc = 4238
Δd = 2840
Δe = 2644½ also das

ganze Vieleck = 14923 □′ = 149□°23□′

§. 84.
Den Inhalt eines Vielecks durch Parallel-Trapezia auszurechnen.

1) In der so auszurechnenden Fig. 60. ziehe man die Linie a b, und richte davon

ab nach allen Winkeln die Perpendikel 1; 2; 3; u. s. w.

2) So entstehen in dieser Figur im Anfange und Ende einige Triangel; übrigens aber lauter Parallel-Trapezia, welche nach Anleitung des §. 82. a) mit der gehörigen Ordnung nach dem der Figur zugehörigen Maßstabe einzeln ausgerechnet und dann mit den Triangeln sämmtlich addiret werden; so erhält man den Inhalt der ganzen Figur.

§. 85.

Den Inhalt einer geschlossenen krummlinigen Figur durch Parallellinien auszurechnen.

Die Fig. 61. sey eine dergleichen vorgegebene Figur zum Ausrechnen. — Man ziehe willkührlich die Linie aa und mit ihr die übrigen Linien bb; cc; u. s. w. parallel, wie die Figur zeigt; so daß die Krümmungen der an den Enden befindlichen Theile ab; bc u. s. w. als gerade Linien gelten können; so wird auf diese Weise die krummlinige Fläche in lauter Parallel-Trapezia eingetheilt, welche nach §. 82. a) einzeln ausgerechnet und dann summirt werden; so kommt der Quadrat-Gehalt der ganzen Fläche heraus.

Anmerk. Wenn man die Linie xy senkrecht durch die Parallellinien zieht; so lassen sich darauf die Breiten der Streifen 1; 2; 3; u. s. w. bequem messen.

§. 86.

Wie der Quadrat=Inhalt einer Kreisfläche ausgerechnet wird.

1) Es ist hierzu weiter nichts erforderlich als den Halbmesser des Kreises zu wissen. Denn der Halbmesser oder Radius beträgt die Hälfte vom ganzen Diameter; und der Diameter eines jeden Kreises verhält sich zu seiner Peripherie (nach der Berechnung der Mathematiker, welche hier nicht vorgetragen werden kann), wie 100 zu 314; das heißt, wenn der Durchmesser 100′ ist, so hält die Peripherie 314′.

2) Aus andern Gründen (welche gleichfalls hier sich nicht so leicht erläutern lassen wie die Begriffe eines Anfängers es erfordern), hat man dargethan; **daß die Kreisfläche einem Triangel gleich sey, dessen Grundlinie der Peripherie, und dessen Höhe dem Halbmesser des Kreises gleicht.**

3) Da nun nach §. 79. der Inhalt eines Triangels gefunden wird, wenn man die Grundlinie mit der senkrechten Höhe multiplicirt und das Product mit 2 dividirt; so findet man also den Inhalt der Kreisfläche, wenn man die Peripherie mit dem Halbmesser multiplicirt und das Product durch 2 dividirt.

Z. E.

Der Durchmesser sey 100′; so ist die Peripherie (wie eben gesagt) 314′
der Halbmesser also = 50′

2) 15700

also die Kreisfläche = 7850 □′

Wenn aber der Durchmesser eine andere Zahl hat, z. E. 10; so wird die Peripherie sich auch mit ihrer Größe darnach richten; und so viel Mahl 10 kleiner ist als 100, so viel Mahl wird auch die Peripherie kleiner seyn als 314.

Da nun 10 der zehnte Theil von 100 ist; so wird die Peripherie $\frac{314}{10}$ oder $31\frac{4}{10}$ seyn.

Am besten berechnet man dieses nach der Regel de tri, wenn man sagt wie 100 zu 314 sich verhält; so verhält sich der gegebene Durchmesser eines Kreises zu seiner Peripherie. Z. E. der Durchmesser sey 16′; so heißt es:

$$100 : 314 = 16 : x$$

```
         16
       ------
       1884
       314
100) 5024 | 50 24/100
```

oder beynahe $50\frac{1}{4}$ für die Peripherie.

§. 87.

Aus dem Halbmesser und der Größe des Bogens an einem Sector, den Flächen-Inhalt des Sectors zu finden.

1) Man rechne nach voriger Aufgabe die ganze Kreisfläche aus.

2) Wenn

2) Wenn nun der Bogen GH am Sector GCH Fig. 4. $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{10}$ u. s. w. von der ganzen Peripherie ist; so wird auch der Sector GCH $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{10}$ u. s. w. der ganzen Kreisfläche seyn.

§. 88.

Aus dem Quadrat-Inhalte eines Rectanguli und der einen Seite desselben, die andere Seite zu berechnen.

1) Der Inhalt des Rectanguli kommt heraus, wenn man die eine Seite mit der andern multiplicirt; §. 75.

2) Nun ist aus der Arithmetik bekannt; daß, **wenn man das Product durch den einen Factor dividirt, alsdann der andere Factor heraus kommt.**

3) Folglich darf man nur den Inhalt des Rectanguli durch die gegebene Seite dividiren, so wird die andere unbekannte Seite zum Quotienten heraus kommen.

Z. B. der Quadrat-Inhalt sey = 96 □′

Die eine Seite = 12 Fuß; so ist

12) 96 | 8 Fuß der Quotient.

96

―――

0

also die andere Seite ist = 8 Fuß.

Noch ein anderes Exempel.

Der Inhalt eines Oblongi sey 18 Quadratruthen.

die eine Seite = 2° 5′

Weil hier Fuße neben den Ruthen sind; so müssen die 8 □Ruthen auch vorher zu □Fußen gemacht werden; nähmlich 8 □Ruthen

multiplicirt mit 100

gibt 800 □′

die 800 also dividirt durch die Länge der einen Seit = 25′) 800 | 32′ im Quotienten

75

50

50

0

also ist die andere Seite 32 Fuß oder 3° 2′.

Anmerk. Wenn man also die Quadrat-Größe von einer rechtwinkligen Figur hat, und die eine Seite nach Willkühr annimmt; so kann man jederzeit die andere Seite nach dieser Aufgabe finden. — Es ist diese Aufgabe, so wie die folgende, zu den Aufgaben von Verwandelung und Theilung der Figuren, sehr nützlich, und daher wohl zu merken.

§. 89.

Aus dem Inhalte eines Triangels und der Länge seiner Grundlinie, die Höhe desselben zu berechnen.

1) Da der Inhalt des Triangels die Hälfte eines Parallelogramms ist, das mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat; so verdoppele man den gegebenen Inhalt des Triangels.

2) Dann

2) Dann dividire man diesen verdoppelten Inhalt durch die gegebene Länge der Grundlinie, so kommt die Höhe des Triangels zum Quotienten.

Z. B. der Inhalt des Triangels sey 32□° 20□′
diesen verdoppelt 2

gibt = 6440

die Grundlinie des Triangels sey 18° 4′.

man dividire also 184)6440|35′ = 3° 5′
552
920
920
0

dieses gibt demnach 3° 5′ für die Höhe des Triangels.

Anmerk. Diese Aufgabe läßt sich dahin wiederhohlen, daß man aus dem Inhalte des Triangels und der Höhe desselben die Grundlinie berechnet, welches auf die nähmliche Weise geschiehet wie das Vorige.

Von Verwandelung der Figuren.

§. 90.
Worin die Verwandelung der Figuren besteht.

1) Wenn man die Gestalt einer Figur so abändert, daß z. B. aus einem Viereck ein Triangel, oder aus einen rechtwinkligen Triangel ein spitzwinkliger gemacht wird, ohne daß dadurch

durch der Quadrat-Inhalt desselben abgeändert wird; so nennet man dieses **eine Verwandelung der Figuren.**

2) Diese Verwandelung geschiehet entweder.

a) Durch eine geometrische Construction: so daß man die auf dem Papiere vor sich habende Figur durch den Zirkel und Parallellineal unmittelbar verändert; oder

b) Durch Berechnung, so daß man den Quadrat-Inhalt der gegebenen Figur vorher sucht und dann daraus die Länge und Breite einer andern Figur vom nähmlichen Inhalte berechnet.

Von beiden Arten wollen wir einige Aufgaben hier beyfügen.

§. 91.

Ein Quadrat in ein Oblongum zu verwandeln.

1) Man suche den Inhalt des Quadrats nach §. 76.

2) Diesen dividire man durch die eine Seite des verlangten Oblongi, so kömmt die andere Seite heraus.

Z. B. die Seite des Quadrats sey 4′5″

$$\begin{array}{r} 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline \end{array}$$

so ist der Inhalt desselben = 2025 Quadrat-Zoll

Die

Die eine Seite des Oblongi soll 100″ seyn;

$$\begin{array}{r|l} 100)\ 2025 & 20\tfrac{25}{100} = 2'0\tfrac{25}{100}'' \\ 200 & \\ \hline 25 & \end{array}$$

also 2 Fuß und $\frac{1}{4}$ Zoll für die andere Seite.

So läßt sich dann nach §. 38. das Oblongum mit Hülfe eines verjüngten Maßstabes auftragen, das dem Quadrate gleich ist.

Anmerk. Diese eben geführte Berechnung dienet zur fernern Erläuterung der Decimal-Rechnung. — Die hier befindlichen 2025 Quadratzoll lassen sich durch Zusetzung von 00 in Quadrat-Linien verwandeln; nähmlich 2025 □″ = 202500 □‴. Eben so auch die 100″ durch Zusetzung von 0 in 1000‴. Dadurch erhält man, statt des Bruchs in Zollen, Linien im Quotienten; nähmlich

$$\begin{array}{r|l} 1000)\ 202500 & 202\tfrac{1}{2}\ \square\text{Linien.} \\ 2000 & \\ \hline 2500 & \\ 2000 & \\ \hline \tfrac{500}{1000} = \tfrac{1}{2} & \end{array}$$

Es betragen nähmlich $2\frac{1}{2}$ Linien so viel als $\frac{1}{4}$ Zoll. Dieser Fall verdient noch durch ein anderes Exempel erläutert zu werden.

Der Inhalt eines Quadrats sey 23 Quadrat-Ruthen; und man will daraus ein Oblongum berechnen, dessen eine Seite 7° ist.

Da nun 23 durch 7 gar nicht theilbar ist; so verwandele man die 23 □° durch Zusetzung von drey Paar Nullen in Quadrat-Linien; und die 7° durch Zusetzung von drey einzelnen Nullen in Linien-Längenmaß; so wird der Quotient bey der Division auch bis zu Linien hinreichen.

7000)

7000) 23000000 | 3285 5/7 Linien.
21000
20000
14000
60000
56000
40000
35000
5000
7000

Diese 3285 5/7 werden nun die andere gesuchte Seite des Oblongi ausmachen. Weil nun aber Linien das kleinste bekannte Längenmaß ist, so läßt sich nicht vermeiden, daß am Ende noch ein Bruch angehängt wird; welchen man aber, da er über ein Halb ist, ohne großen Nachtheil für 1 setzen und dadurch die 3285 5/7 in 3286 umändern kann.

Es ist also die eine Seite des Oblongi
= 3286''') multipl.
die andere = 7000)
gibt 23|00|20|00
das ist 23□° und 20□''; also die Zahl um 20□'' größer als sie nach dem Inhalt des Quadrats seyn mußte, welches von den 2/7 Linien herrühret welche in der einen Seite zu viel angenommen sind.

§. 92.
Ein Oblongum in einen Triangel zu verwandeln.

A.

Wenn die Grundlinie des Triangels mit der einen Seite des gegebenen Oblongi übereinkommen soll; so kann man durch eine bloße Construction auf dem Papier diese Verwandelung vor-

vornehmen. Man macht nähmlich den Triangel bey der fest gesetzten Grundlinie noch Ein Mahl so hoch als das Oblongum ist, so erhält man einen Triangel der dem Quadrat-Gehalte des Oblongi gleich ist. Z. E. das Oblongum ist 12′ lang

8′ breit

gibt 96 □ Fuß

des Triangels Grundlinie

= 12′ lang

dessen Höhe = 16′ (als das doppelte der Höhe des Oblongi)

72

12

2) 192

gibt 96 □ Fuß für den Triangel

B.

Soll aber die Grundlinie des Triangels von der Länge und Breite des Oblongi abweichen;

1) so rechne man den Inhalt des Oblongi (aus §. 77.)
2) Dann dividire man diesen doppelten Inhalt mit der gegebenen Grundlinie des Triangels so kommt die Höhe desselben heraus; oder auch mit der gegebenen Höhe so erhält man die Grundlinie; und der Triangel läßt sich in jedem Falle nach einem verjüngten Maßstabe aufzeichnen.

Z. E. die eine Seite des Oblongi sey = 8′

die andere = 6′

so ist der Inhalt = 48 □ Fuß.

Der

Der daraus zu schaffende Triangel soll zur Grundlinie 18′ haben; man dividire also dadurch das doppelte von 48

18)96 | $5\frac{1}{3}$ Fuß für die Höhe des △
90
6
18

oder besser, (nach §. 90. Anmerk.) man verwandelt 96□′ in 960000□‴ und dessen Divisor 18′ in 1800‴; so ist die Division folgende:

1800)960000 | $533\frac{1}{3}$ Linien für die Höhe des Triangels
9000
6000
5400
6000
5400
$\frac{600}{1800} = \frac{6}{18}$ oder $\frac{1}{3}$

§. 93.

Einen rechtwinkligen Triangel in einen spitzwinkligen; oder einen spitzwinkligen in einen stumpfwinkligen zu verwandeln.

A.

Die Betrachtung der drey Triangel in Fig. 59. mit dem verglichen was darüber gesagt worden, zeigt wie diese Verwandelungen, (unter der Vor-

Voraussetzung, daß die Grundlinien der Triangel gleich seyn sollen), bloß auf dem Papiere durch eine Construction geschehen kann. — Man ziehe

1) Nähmlich mit der Grundlinie AB des rechtwinkligen Triangels die Linie CN parallel;

2) Dann verlängere man die Grundlinie AB nach Gefallen bis M; so kann man

3) Zwischen den beiden Parallelen CN und AM Die Triangel EFH und KLN nach allen möglichen Gestalten zeichnen, welche alle unter einander gleich seyn werden, wenn nur die Grundlinien AB; EH und KL gleich gemacht sind.

b.

Sollen aber die Verwandelungen so vorgenommen werden, daß die Grundlinien der Triangel, mithin auch die Höhen derselben verschieden werden;

1) So rechne man den gegebenen Triangel nach dem verjüngten Maßstabe aus, und dividire den doppelten Inhalt desselben durch die gegebene Grundlinie des andern Triangels;

2) So wird die Höhe desselben bekannt, und man kann darnach einen Triangel von willkührlicher Gestalt aufzeichnen.

§. 94.

Ein Trapezium in einen Triangel zu verwandeln.

a.

Wenn wegen des Triangels keine bestimmte Figur vorgeschrieben ist; so läßt sich die Sache auf dem Papier durch eine Construction auf folgende Art verrichten:

1) Fig. 62. ABCD sey das zu verwandelnde Trapezium; welches durch die Diagonale DB in zwey Triangel getheilt worden.

2) Mit dieser Diagonale DB ziehe man durch den Punct A die Parallellinie bd.

3) Man verlängere die Linie des Trapezii D C bis an die Parallellinie bd.

4) Endlich ziehe man die Linie aB nach den Puncten wo die Verlängerung von DC bey a in die Parallellinie eintrifft; so ist der Triangel aDB dem Triangel ADB gleich (§. 81.) und also auch der Triangel aBC dem Vierecke ABCD gleich.

Anmerk. Die Construction ist Anfängern zuerst etwas schwer und verwickelt. Man suche sie aber vorher mit dem Satze (§ 81.) wohl bekannt zu machen, daß alle Triangel welche zwischen zwey Parallellinien auf gleicher Grundlinie stehen, einander gleich sind. Und dieses ist der Fall mit den Triangeln aBD und ABD (Fig. 62.)

b.

b.

Wenn der aus dem Viereck zu machende Triangel eine bestimmte Grundlinie oder Höhe haben soll; so muß

1) Der Inhalt des Trapezii ausgerechnet werden nach §. 82.

2) Dann wird daraus nach §. 92. die Höhe oder Grundlinie des Triangels berechnet und so die Figur desselben darnach aufgetragen.

§. 95.

Ein irreguläres Fünfeck in einen Triangel zu zu verwandeln.

a.

Durch eine Construction auf dem Papiere läßt sich solches nach dem vorhergehenden §. bewerkstelligen. Es sey Fig. 63. das Fünfeck ABCDE.

1) Man verlängere die Linie AB bis sie die Linien eE und Cc (welche man mit den Diagonalen AD und DB parallel gezogen hat) in c und e schneidet.

2) Dann ziehe man die Linien De und Dc; so ist der Triangel eDc dem Fünfecke ABC DE gleich, weil nach §. 81. der Triangel eAD dem △ EAD; und der △ cBD dem △ CBD gleich ist.

Es ist hier nähmlich das zu zwey Mahlen geschehen was bey der vorigen

Aufgabe am Vierecke Ein Mahl verrichtet wurde.

Anmerk. So läßt sich durch eine wiederhohlte Verwandlung der Triangel an jedem Vieleck ein Winkel nach dem andern wegschaffen bis zuletzt ein Triangel daraus wird. Die Operation ist aber bey Vielecken von mehr als 5 bis 6 Seiten zu verwickelt als daß Anfänger darin mit glücklichem Erfolg geübt werden können. Ein jeder Lehrer kann indessen sich nach den Fähigkeiten seiner Schüler richten und vom Fünfeck, nach Gutfinden, zu andern vielfachern Figuren fortschreiten.

b.

Wenn der Triangel eine bestimmte Grundlinie oder Höhe haben soll; so geschiehet solches nach dem vorhergehenden §. 94. durch Rechnung.

§. 96.

Der Pythagorische Lehrsatz.

Wenn man einen rechtwinkligen Triangel ABC Fig. 64. zeichnet, wo die Grundlinie AB 3 Fuß, und der Perpendikel CB, 4 Fuß ist; so wird die Hypothenuse AC, 5 Fuß lang seyn, und das Quadrat ABFG welches 9 □ Fuß enthält, zum Quadrate BCHI von 16 □ Fuß addirt ist so groß wie das Quadrat ACDE von 25 □ Fuß. — Dieser Satz, welcher hier bloß in der Figur auf diesen einen Fall erläutert ist, ist allgemein; und es wird derselbe so ausgedrückt: "das Quadrat der Hypothenuse

"eines

"eines rechtwinkligen Triangels ist so "groß wie die beiden Quadrate der Cathe-"ten oder Seiten welche den rechten "Winkel einschließen.

§. 97.

Ein Quadrat zu machen, das so groß ist wie zwey andere gegebene Quadrate oder zwey Quadrate in eins zu verwandeln.

1) Die gegebenen Quadrate seyen ABFG und CBHI, (Fig. 64.) — Man setze die Seiten dieser Quadrate, AB und BC rechtwinklig an einander und ziehe die Linie AC, diese wird die Seite eines Quadrats seyn das so groß ist wie die beiden gegebenen; §. 96.

2) Beschreibt man demnach über AC das Quadrat ACED, so wird solches das verlangte seyn.

1. Anmerk. Wenn 3, 4, 5 oder mehrere Quadrate auf die Art in eines zusammen gezogen werden sollen; so darf man nur erst 2 in eins bringen; dann dieses mit dem dritten zusammen setzen; darauf das 4te nehmen und so mit allen nach der Reihe fortfahren.

2. Anmerk. Alle reguläre Figuren sind in gleichem Verhältniß unter einander wenn die Seiten derselben einerley Maß haben. Z. E. zwey gleichseitige Triangel haben eben das Verhältniß unter einander wie zwey Quadrate, wenn die Seiten derselben gleiches Verhältniß haben; so auch zwey Kreisflächen gleiches Verhältniß wie zwey Quadrate, wenn ihre Durchmesser sich so verhalten wie die Seiten der beiden Quadrate. — Dieses voraus gesetzt, so lassen sich mit Hülfe des Pythagorischen Lehrsatzes alle reguläre Figuren so zusammensetzen, wie §. 97.

mit dem Quadrate gezeigt ist. Z. B. Wenn man 2 Fünfecke in eins verwandeln will; so setze man die Seiten der beiden Fünfecke rechtwinklig an einander; so wird die Hypothenuse die Seite eines Fünfecks seyn, das so groß ist wie die andern beiden zusammen genommen. Eben so auch die Durchmesser der Kreise u. s. w.

Von Theilung der Figur.

§. 98.

Einen Triangel in verschiedene gleiche Theile zu theilen, so daß die Theilungs-Linien in eine Spitze zusammen laufen.

Der Triangel sey ABC (Fig. 65.) und es sollen drey Theile von gleicher Größe daraus erfolgen. — Man theile die Grundlinie AB durch die Puncte a und b in 3 gleiche Theile und ziehe die Linien aC und bC so sind die dadurch entstehenden drey Triangel einander gleich, weil sie alle gleiche Grundlinien und gleiche senkrechte Höhen haben. §. 81.

§. 99.

Ein irreguläres Viereck (Trapezium) in zwey gleiche Theile zu theilen.

1) Das Trapezium sey ABCD (Fig. 66.) — Man ziehe die Diagonale AC und rechne die Figur durch Hülfe der daraus entstehenden Triangel ACD und ACB nach dem dazu gehö-

gehörigen Maßstab aus und addire solche zusammen.

2) Man ziehe den kleinern Triangel ACD von der Hälfte des ganzen Inhalts ab; so findet sich wie viel demselben an seinem Theil noch fehlet.

3) Dieses fehlende sehe man als ein Quadrat oder Oblongum an und bringe solches nach §. 92. auf der Grundlinie AC in den Triangel ACa, indem man die Höhe desselben darnach ausrechnet; so wird die Linie Aa dieses irreguläre Viereck in 2 gleiche Theile schneiden.

Z. E. △ ABC = 54 □Ruthen.
△ ACD = 36

also Trap. ABDC = 90

davon die Hälfte ist = 54
abgezogen 36

fehlen also noch = 18 □Ruthen an der Hälfte
2

Nun sey AC = 9°) 36 | 4° für die Höhe des
36

0

Triangels ACa.

§. 100.

Ein Trapezium in 3 gleiche Theile zu zertheilen, so daß die Theilungs-Linien so viel möglich parallel laufen.

1) Das Viereck sey ABCD, Fig. 67. — Man rechne den Inhalt der Figur aus und theile denselben in 3 gleiche Theile, so findet man wie viel jeder Theil betragen müsse.

2) Dann ziehe man nach dem Augenmaße die Linie EF; rechne den Theil ACFE aus und sehe ob er den dritten Theil, oder weniger beträgt; und in dem Falle, wie viel er weniger beträgt.

3) Dieses fehlende sehe man als ein Quadrat an, welches nach §. 91. in ein Oblongum E Ffe, verwandelt und dem Theile ACFE zugesetzt wird.

4) So verfahre man bey den folgenden Theilen ebenfalls; so wird sich die Sache nach Anleitung der Figur in Ordnung bringen lasse.

Z. E. der Inhalt der

Figur sey	=	108 □Ruthen
so ist der dritte Theil	=	36
der Theil ACFE sey	=	24 □°
so fehlt	=	12 □Ruthen

Nun sey die Linie EF = 12° lang; so wird die Breite des fehlenden Streifens EFfe = 1° seyn u. s. w.

Anmerk. Bey dergleichen parallelen Streifen wie EFfe ist niemahls oder selten EF mit ef von gleicher Länge; daher auf diesen Umstand Rücksicht genommen werden muß, widrigen Falls man etwas zu viel oder zu wenig für den Theil erhält, und dann also bey den übrigen zu kurz kommt.

§. 101.

Ein Vieleck in verschiedene Theile zu theilen welche eine gewisse Proportion unter einander haben.

1) Das Vieleck sey ABCDEF, Fig. 68. — Man rechne den Inhalt aus und theile selbigen nach der Proportion ein wie die Theile erfordern.

2) Dann verfahre man mit der Theilung selbst nach dem vorigen §. 100.

Z. E. Es sind vier Theilhaber wovon zwey jeder $\frac{1}{4}$; der Dritte $\frac{1}{6}$ und also der Vierte $\frac{1}{3}$ zum Antheil kriegen.

Nun sey der Inhalt der ganzen Figur 1200 □Ruthen.

so erhält der erste 300
der 2te 300
der 3te 200
und der 4te 400 □Ruthen

Diese bringe man nach Anleitung des vorigen §. 99. und dieser Figur 68. so in Theile 1, 2, 3, 4, daß die gehörige Ordnung und Proportion beobachtet wird.

Anmerk. Weil bey einer jeden Theilung es schwer fällt die ersten Theile mit solcher Genauigkeit aufzutragen, daß man bey den übrigen nicht verlieret, so ist es rathsam durch eine Subdivision zu Werke zu schreiten. Nähmlich bey Fig. 68. erst die beiden Theile 1 und 2 zusammen zunehmen und dann ferner die Abtheilung einzeln zu machen.

Die Stereometrie oder Ausmessung der Körper.

§. 102.
Was ein Cubus oder Würfel ist und wie solcher ausgemessen wird.

1) Ein Cubus oder Würfel ist ein Körper welcher durch sechs Quadrate rechtwinklig eingeschlossen ist.

2) Man kann eine solche Figur aus Pappe zusammen beugen, wenn man die 6 Quadrate in der Ordnung, wie die Fig. 69. zeigt, zusammen zeichnet und abwechselnd eine Seite um die andere einen kleinen Rand zum anleimen stehen läßt, wie die Figur bey den Buchstaben a a ... zeigt.

3) Wenn diese 6 Quadrate jedes einen Fuß lang und breit sind, so sind es Quadratfuße §. 7. und der daraus zusammen gelegte Würfel heißt ein Cubikfuß §. 7.

4) Dieser Cubikfuß nun ist das Maß womit größere Körper ausgemessen werden können; indem man nähmlich untersucht, wie viel der-

gleichen

gleichen Würfel in einem größern Körper enthalten sind. §. 7.

5) Damit man aber auch kleinere Körper ausmessen könne; so theilt man den Cubikfuß in **Cubikzolle**; und bey näherer Betrachtung eines solchen Cubikfußes findet man, a) daß die Oberfläche 10 Mahl 10 Quadrat-Zolle, und also zunächst unter der Oberfläche 100 Cubikzolle enthalten sind. b) Daß dergleichen Lagen von 100 Cubikzollen 10 an der Zahl vorhanden sind; mithin 10 Mahl 100 Cubikzolle in dem ganzen Würfel, das ist 1000 Cubikzolle im Cubikfuße enthalten sind.

6) Also folgt daraus die Regel: **daß der Cubikinhalt eines Würfels heraus kommt, wenn man das Maß seiner Seite 3 Mahl in einander multiplicirt.**

Z. E. die Seite eines Würfels

sey 14 Zoll

$$\begin{array}{r} 14 \\ 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \\ 14 \\ \hline 784 \\ 196 \\ \hline 2744 \end{array}$$

so ist der Würfel = 2744 Cubikzolle

Macht

Macht man diese Zahl nun mit 1000 dividirt zu Cubikfußen; so findet man 2 Cub. Fuße und 744 Cub. Zolle.

Anmerk. Man siehet hier abermahls den Vortheil der Decimal-Rechnung. Denn so wie man bey Ausrechnung der Flächen, wo 100 Quadrat-Zoll auf einen Quadrat-Fuß gehen, jedes Mahl 2 Ziffern nach der rechten Hand abschneidet; so kann man hier bey der Körper-Rechnung jedes Mahl drey Ziffern abschneiden um die Anzahl der verschiedenen Körper-Maße zu finden.

Z. E. 2369857637015 Cubiklinien betragen $2369^{\circ}\ 857'\ 637''\ 015'''$ körperliches Maß, oder 2369 Cub. Ruth. 857 Cub. Fuß, 638 Cub. Z. und 015 Cub. Linien.

§. 103.
Was ein Parallelepipedum ist und wie solches ausgemessen wird.

1) Ein Körper welcher von sechs rechtwinkligen Flächen dergestalt eingeschlossen ist, daß die gegen einander über stehenden alle Mahl gleich sind, heißt ein Parallelepipedum. — Ein Parallelepipedum also ist wie der Würfel durch Rectangula eingeschlossen, mit dem Unterschiede, daß die Flächen bey dem Würfel, **Quadrate**, beym Parallelepipedum aber **Oblonga** sind.

2) Ein solcher Körper kann aus Pappe zusammen gebeugt werden, wenn man ein Netz zeich-

zeichnet wie Fig. 70. lehrt, woran die Rectangula aa, b b und c c einander gleich sind.

3) Diese Rectangula haben alle Mahl je zwey und zwey eine Seite gemein; nähmlich a mit b; und b mit c. Daher der Körper welcher daraus zusammen gelegt wird drey verschiedene Maßen hält; die Länge, die Breite und Dicke oder Höhe.

4) Um nun den cubischen Inhalt dieses Körpers zu finden; so misset man diese 3 verschiedene Längen und multiplicirt selbige in einander.

Z. E. die Länge sey = 5 Fuß
die Breite = 4
20
die Höhe = 3
gibt 60 Cubikfuß.

Oder ein anderes Exempel:

Die Länge sey 2′ 3″; die Breite 2′; und die Höhe 1′:

so ist 2′ 3″ = 23″
und 2′ = 20″
460
endlich 1′ = 10″
4600 Cub. Zoll; das ist:

(nach §. 101.) 4 Cub. Fuß und 600 Cub. Zoll.

§. 104.

§. 104.
Was ein Prisma ist und wie solches ausgerechnet wird.

1) Ein Prisma ist ein Körper, welcher zwey gegen einander überstehende parallele und gleiche Seiten hat. Von der Art sind: der Würfel und das Parallelepipedum, welche wir aus den vorigen beiden §§. kennen. — Es ist aber nicht nöthig, daß die beiden gegen einander überstehenden gleichen und parallelen Seiten eines Prismas Rectangula sind; es können solche Dreyecke, Trapezia, Fünfecke u. s. w. — ja alle mögliche irreguläre Figuren seyn, wenn sie nur beide gleich sind. — Man sagt daher, daß ein Prisma entstehe, wenn eine Fläche, von willkührlicher Gestalt und Größe, an einer geraden Linie so hergeführt wird, daß sie sich immer parallel bleibt. Daher müssen alle Durchschnitte, welche durch einen solchen Körper mit den erwähnten Flächen parallel geschehen, auch wieder Flächen geben, welche den erstern gleich sind.

2) Wenn nun ein solches Prisma ausgerechnet werden soll; so rechnet man eine von den erwähnten parallelen Flächen aus, und multiplicirt diesen Quadrat-Inhalt der Fläche mit der Höhe des ganzen Körpers; so kömmt der cubische Inhalt heraus.

Z. E. das Prisma sey nach §. 102. ein Würfel; so sind die beiden parallelen Seiten ein Quadrat, dessen Inhalt man sucht und mit der Höhe des Würfels multiplicirt. Oder das Prisma sey nach §. 103. ein Parallelepipedum; so kann man eine von den Flächen a, b oder c zur Grundfläche nehmen; und der Begriff, welchen ein jeder Mensch von Höhe hat, gibt an, welche Seite man mit diesen Grundflächen multipliciren muß.

Oder die Grundfläche sey ein Triangel; so rechne man solchen nach §. 79. aus und multiplicire diesen Inhalt mit der Höhe des Prismas.

Oder die Grundfläche sey eine irreguläre Figur, so rechne man solche nach §. 83. aus und multiplicire diesen Quadrat-Inhalt mit der Höhe. — Es sey nähmlich der Quadrat-Inhalt wie §. 83. gefunden

	14923 □′
und die Höhe	120 Fuß
	298460
	14923
so ist der Inhalt =	1790760 Cub. Fuß.

oder 1790 Cub. Ruth. und 760 Cub. Fuß.

§. 105.
Vom Cylinder und wie solcher ausgerechnet wird.

1) Wenn ein Prisma zu seiner Grundfläche (oder zu seinen beiden parallelen Seiten) einen

einen Kreis hat; so nennet man ihn insbesondere, einen **Cylinder** oder eine **Walze**.

2) Aus Pappe kann man eine Walze zusammen bringen, wenn man eine Figur, wie Fig. 73. zeigt, mit dem Verhältniß ausschneidet, daß das Rectangulum ABCD mit den Seiten AD und BC um die Peripherie der Kreisflächen A und B herum reicht, so daß die Seite DC an die Seite AB wieder anschließt.

3) Die Ausrechnung eines Cylinders kommt mit der Ausrechnung eines jeden andern Prismas überein; man rechnet nähmlich, die Kreisfläche desselben (welches seine Grundfläche ist) aus und multiplicirt solche mit der Länge. Nach Fig. 73. würde also eine von den Kreisflächen A oder B ausgerechnet und deren Quadrat-Inhalt mit der Länge AB multiplicirt.

Z. E. der Durchmesser der Kreise A und B sey = 100 Zoll; so ist (nach §. 86.)

der Inhalt des Kreises = 7850 □″. Wenn nun die Länge AB = 12 Fuß ist oder 120 Zoll;

so ist 7850
multipl. mit 120

157000
7850

der Inhalt = 942000 Cub. Zoll.
oder 942 Cub. Fuß.

§. 106.

§. 106.

Was eine Pyramide ist und wie selbige ausgerechnet wird.

1) Wenn ein **Drey**-**Vier**- oder **Vieleck** die Grundfläche eines Körpers ist, dessen übrige Flächen lauter Triangel sind, welche in einem Punct spitz zusammen laufen; so nennet man diesen Körper eine **Pyramide.**

2) Einen solchen Körper aus Pappe zusammen zu setzen gibt Fig. 71. und 72. Beyspiele, wie solche aufs Papier gezeichnet und ausgeschnitten werden müssen. Es ist nähmlich a die Grundfläche in jeder Figur und b b — sind die Seiten derselben. — Also gibt Fig. 71. eine dreyeckige und Fig. 72. eine viereckige Pyramide.

3) Nun lehrt die Geometrie, daß jede dergleichen Pyramide den dritten Theil von einem Prisma ausmacht, welches die nähmliche Grundfläche und die nähmliche Höhe hat wie die Pyramide. Daher kann also der körperliche Inhalt der Pyramide sehr leicht gefunden werden; wenn deren Grundfläche nach ihrem Quadrat-Inhalte berechnet, solcher mit der Höhe der Pyramide multiplicirt und davon der dritte Theil genommen wird.

§. 107.

Was ein Kegel oder Conus ist und wie derselbe ausgerechnet wird.

Der **Kegel** ist eine Pyramide deren Grundfläche eine vollkommene Kreisfläche ist. — Da nun nach §. 105. der Cylinder ein Prisma ist, dessen Grundfläche eine Kreisfläche ist; so läßt sich also der Kegel nach dem vorigen §. ausrechnen.

Anmerk. Man kann zu einiger Ueberzeugung, oder wenigstens der sinnlichen Darstellung wegen, beym Unterricht der Kinder zwey Gefäße von Blech oder Pappe machen, wovon das eine ein hohler Cylinder und das andere ein hohler Kegel von eben der Weite und Höhe ist, alsdann diese beiden Gefäße mit Wasser oder Sand gegen einander ausmessen um zu sehen, daß wirklich der Kegel den dritten Theil des Cylinders ausmacht. Eben so kann man es auch mit den andern Arten von Pyramiden und Prismen machen. Dergleichen Proben stärken nicht nur die Ueberzeugung von der Wahrheit der Regel, sondern dienen auch vorzüglich dazu die Regel dem Gedächtnisse einzuprägen, bis dahin, daß der Verstand durch ordentliche geometrische Beweise dem Gedächtnisse besser zu Hülfe kommt.

§. 108.

Von der Kugel und wie solche ausgerechnet wird.

1) Die Kugel ist ein so bekannter Körper, daß es fast überflüssig ist solchen zu erklären. Man kann aber doch zum Ueberflusse sagen: daß

daß seine äußern Theile vom Mittelpuncte alle gleich weit entfernt sind.

2) Ein, Netz woraus von Pappe eine Kugel zusammen gebeugt werden kann, zeigt die Fig. 74. und es wird auf folgende Weise gezeichnet: Man zeichne ein Oblongum abcd, welches doppelt so lang als breit ist, weil ab den ganzen, ac aber nur den halben Umfang der Kugel einnehmen soll. Dann ziehe man die parallele Mittellinie ef von ab und cd gleich weit entfernt, aber auf beiden Seiten länger als der Raum dieser Figur anzudeuten verstattete. Die Linien ab und cd theile man in 12 gleiche Theile wie die Puncte 1; 2; 3; u. s. w. zeigen, und ziehe die Parallelen 1;1 — 2;2 — 3;3 u. s. w. wie die Figur selber zeigt. Diese Theile a; 1 — 1; 2;2 3 u. s. w. halbire man durch die Puncte o; o;o; u. s. w. — Endlich ziehe man durch die drey Puncte oeo — ogo — oho — oio u. s. w. die Bogen deren Mittelpuncte sich auf den Verlängerungen der Linie ef leicht bestimmen und finden lassen; so erhält man 12 lanzenförmige Figuren welche auf der Linie ef zusammenhängen, und sich zu einer Kugel fügen.

3) Den cubischen Inhalt einer Kugel auszurechnen dienet die Regel: daß eine Kugel $\frac{2}{3}$ vom Inhalte des Cylinders hat, welcher mit dem

Durchmesser der Kugel gleich hoch und gleich weit ist; das heißt, wenn man nach Fig. 75. einen hohlen Cylinder ABCD hat, worein eine Kugel so wohl nach der Höhe ab als auch der Breite cd genau passet; so wird diese Kugel abcd zwey Drittel vom körperlichen Inhalte des Cylinders ABCD halten.

Da man nun den Inhalt des Cylinders nach dem §. 105. ausrechnen kann; so darf man also nach dem bekannten Durchmesser der Kugel nur den Inhalt eines Cylinders suchen, welcher mit diesem Durchmesser gleiche Höhe und Breite hat, und davon $\frac{2}{3}$ nehmen, so kommt der Inhalt der Kugel heraus.

Z. E. der Durchmesser der Kugel sey 100 Zoll; so ist der Durchmesser des Cylinders worin diese Kugel passet auch 100 Zoll; und dessen Grundfläche (nach §. 86.) 7850 Quadratzoll. Diese 7850 mit der Höhe des Cylinders von 100″ multiplicirt gibt 785000 Cub. Zoll oder 785 Cub. Fuß für den Inhalt des Cylinders. Diese 785 durch 3 dividirt gibt $261\frac{2}{3}$; und dieses Drittel 2 Mahl genommen gibt $523\frac{1}{3}$ Cub. Fuß für den Inhalt der Kugel.

Anmerk. Wenn man ein Gefäß von cylindrischer Form von gleicher Höhe und Breite aus Blech oder Pappe macht und dann eine hölzerne Kugel drehen läßt welche genau darein passet; so kann man sich durch eine Probe von dieser Regel überzeugen. Denn die Lücken, welche neben der Kugel mit Sand oder Wasser ausgefüllet werden können, werden eine

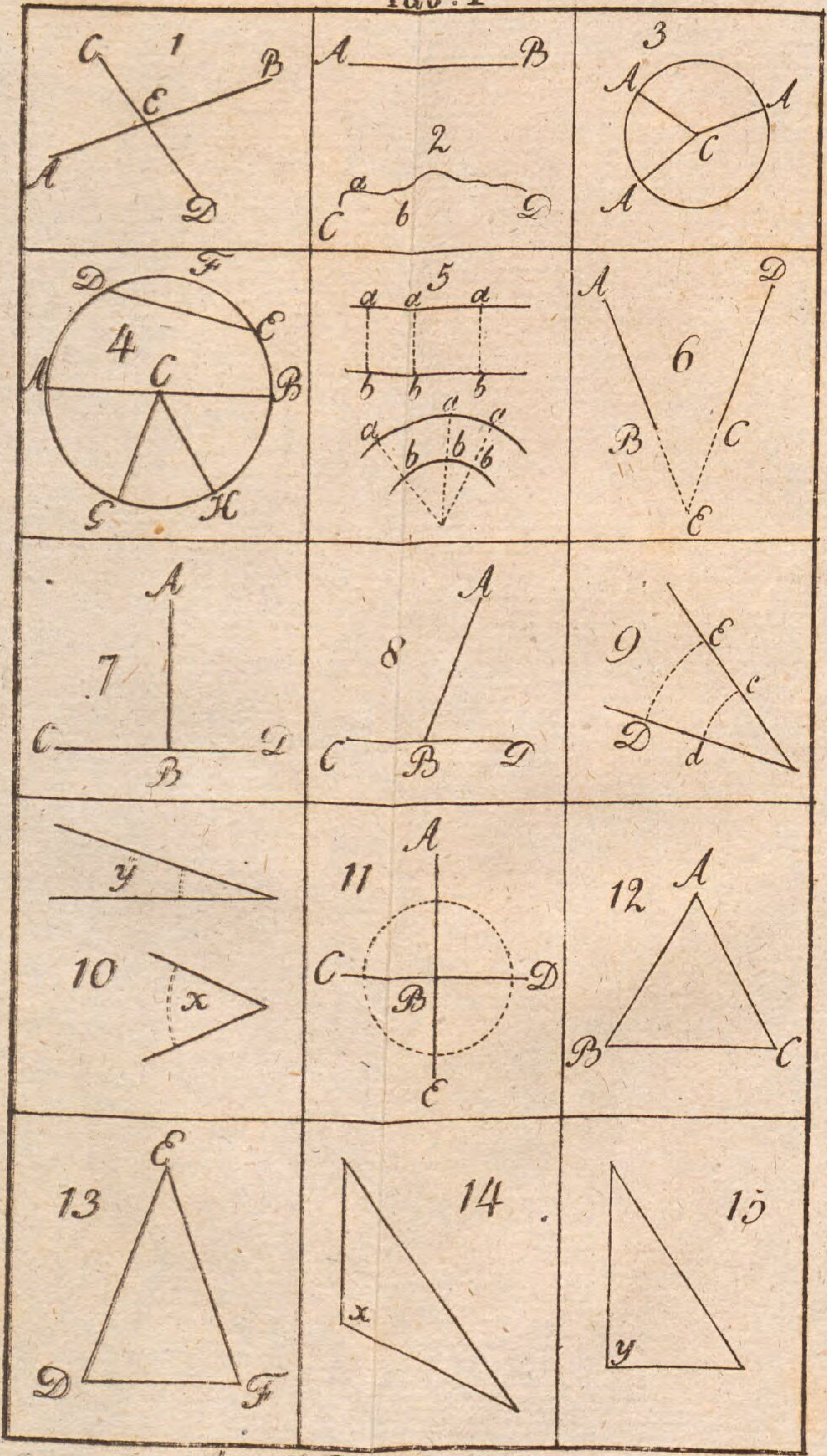
eine Masse von diesen flüssigen Materien enthalten, welche zu 3 Mahlen den ganzen Cylinder ausfüllt.

§. 109.
Nähere Anweisung zur Bildung der Körper aus Pappe und was solche Arbeit für Nutzen haben könne.

Zur Verfertigung oben beschriebener Körper aus Pappe, wird es dienlich seyn, daß man solche Pappe von der Dicke nehme, wie 3 oder 4 Blätter Papier auf einander gekleistert solche liefern. Wechselsweise an den Seiten des verzeichneten Netzes läßt man beym Ausschneiden einen kleinen Rand stehen woran die nächstfolgende Außenseite angeklebt werden kann. Da, wo die Flächen im Netze an einander stoßen, schneidet man mit einem scharfen Messer bis auf die halbe Dicke der Pappe ein, so läßt sich die Fuge desto besser beugen. Das Zusammenkleben geschieht am allerbesten mit Siegellack weil solches gleich fest wird; andere Materien als Leim und Kleister trocknen zu langsam und die Fugen springen dabey so lange es nicht trocken ist leicht wieder los, welches bey diesem Geschäfte sehr unangenehm ist. Wenn endlich alle Fugen zusammen geklebt und der ganze Körper geschlossen ist; so kann man solche mit weißem oder buntem Papier überkleistern um dadurch die Fugen desto besser zu bedecken.

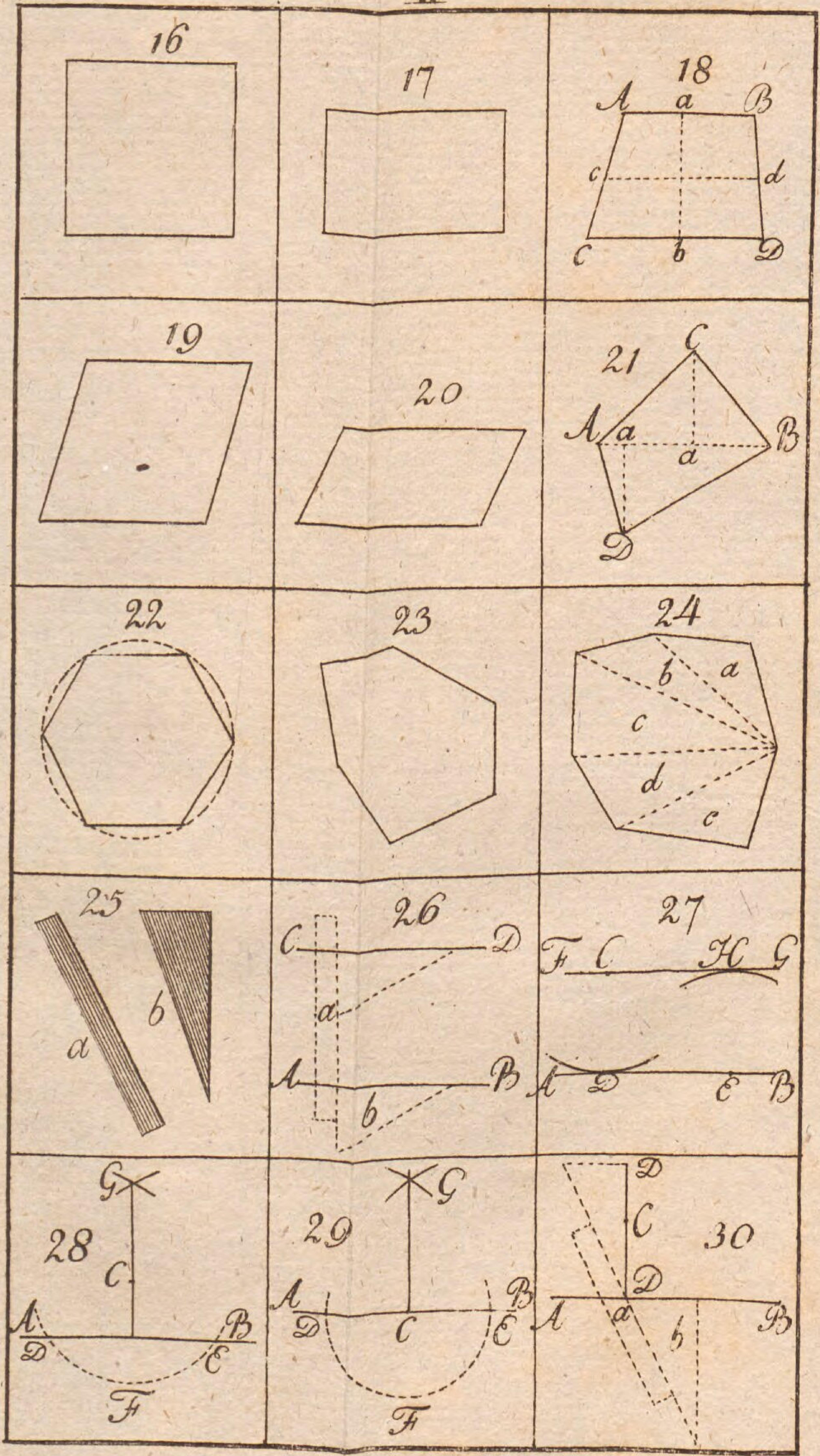
Diese Papparbeit ist für Kinder amüsant und zugleich unterrichtend. Sie lernen dadurch allerhand Gefäße aus Pappe zuzubereiten und üben dadurch die mechanische Fertigkeit der Hände. Manche Körper schärfen sogar durch die Zeichnung der dazu erforderlichen Netze den Verstand, indem die Einbildungskraft angestrengt werden muß, um die Flächen zu ordnen, daß sie am Ende alle an einander schließen um den Körper zu bilden. — Wir überlassen der Erfindungskraft eines Lehrers hierin die möglichen Abwechselungen ihren Schülern anzugeben.

Tab. I



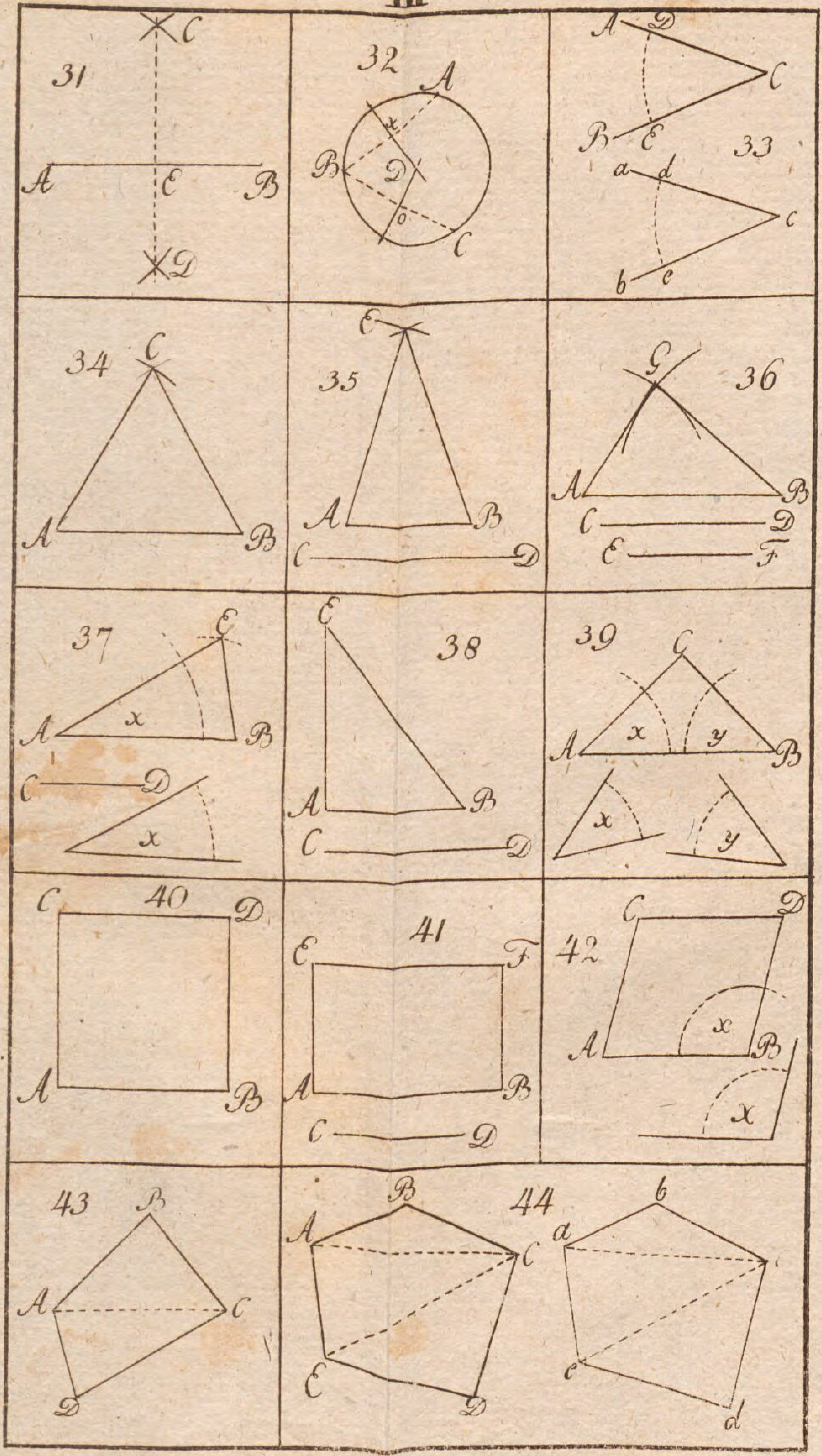
Geometrie für Kinder.

II

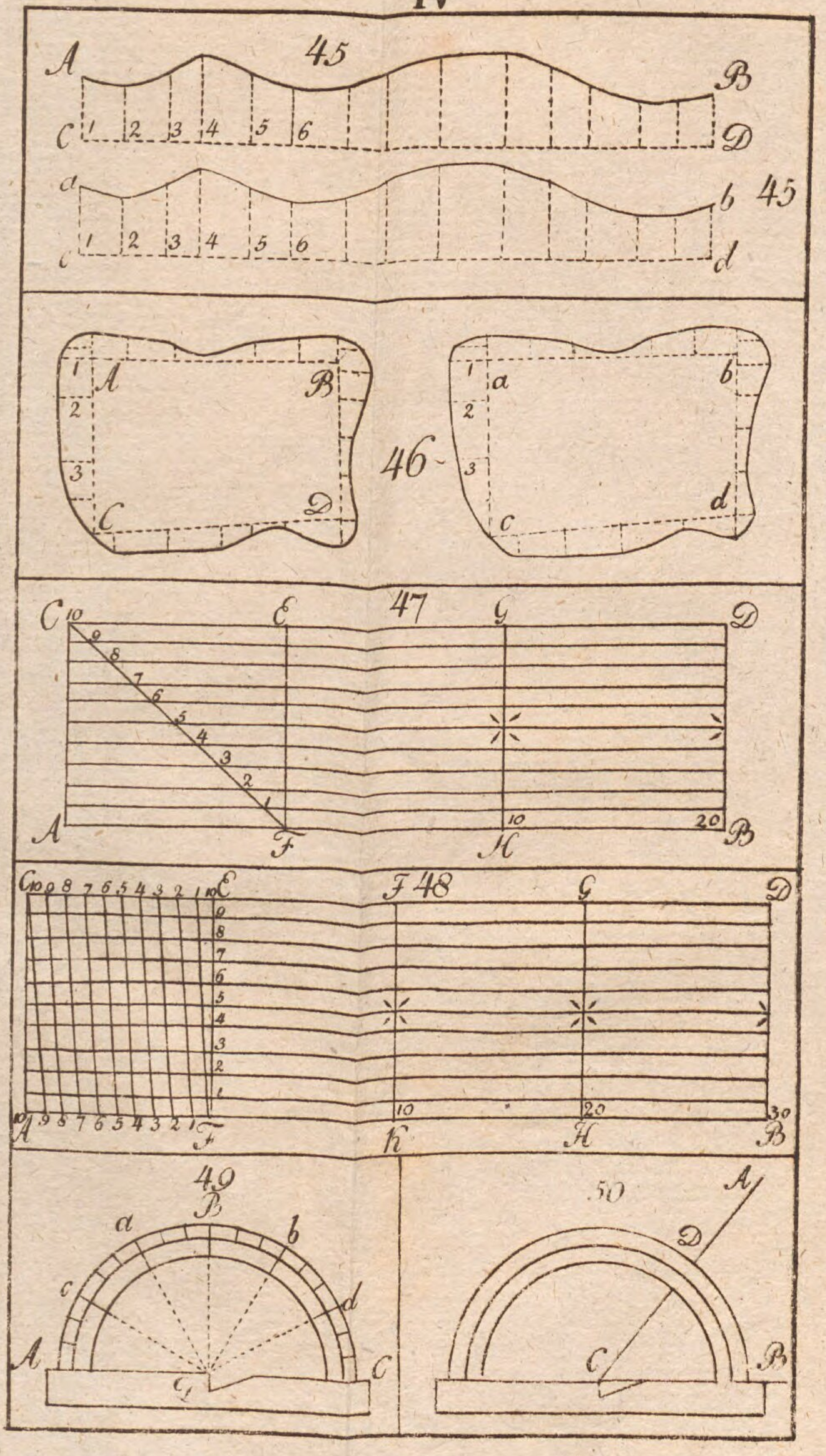


16
17
18
A a B
c d
C b D
19
20
21
C
A a B
a
D
22
23
24
b a
c
d
c
25
a
b
26
C D
a
A B
b
27
F C H G
A D E B
28
G
C
A B
D E
F
29
G
A B
D C E
F
30
D
C
D
A a B
b

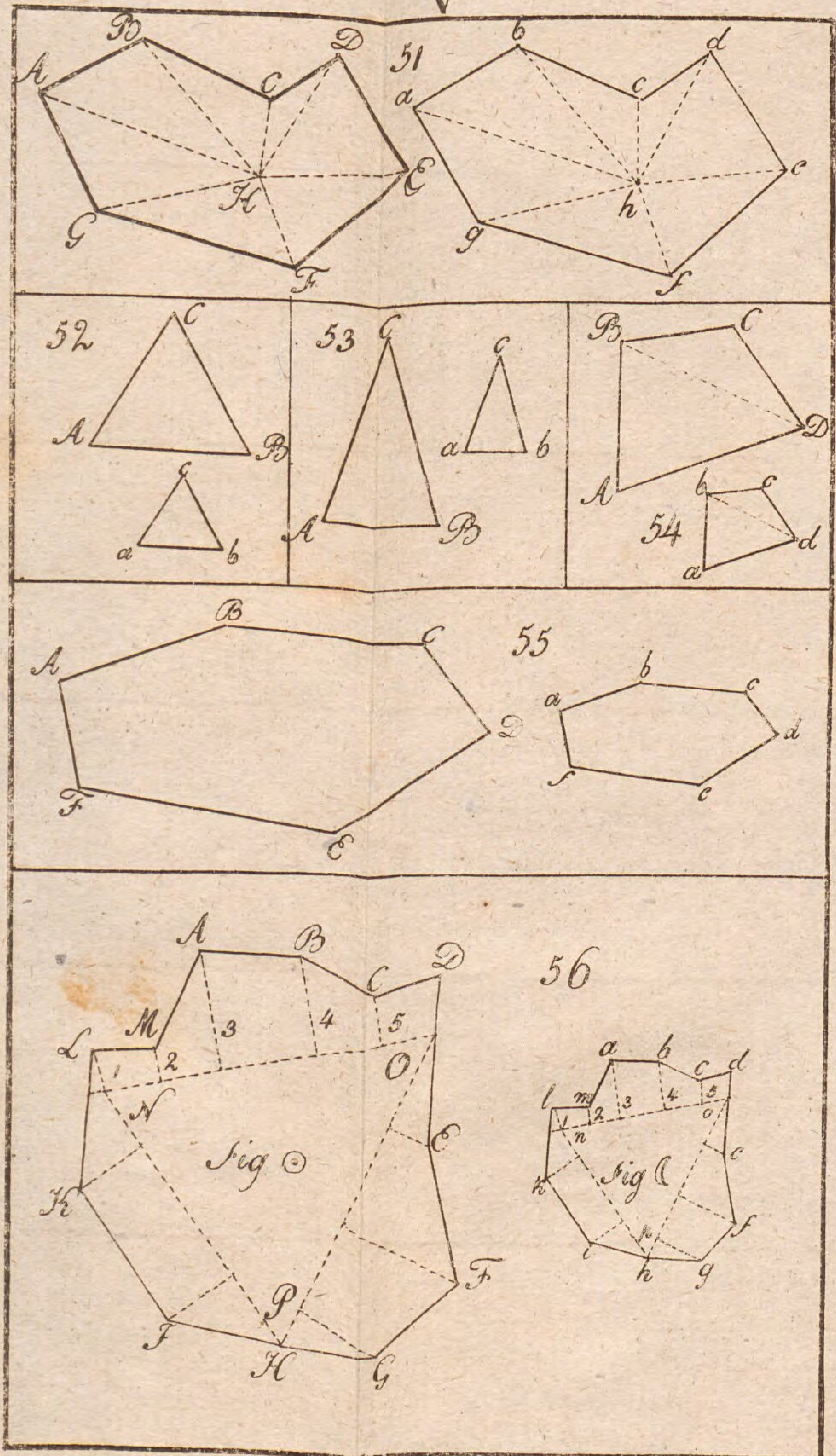
III


31
C
A
E
B
D
32
A
B
D
C
33
A
D
C
B
E
a
d
c
b
e
34
C
A
B
35
E
A
B
C
D
36
G
A
B
C
D
E
F
37
E
A
x
B
C
D
x
38
E
A
B
C
D
39
C
A
x
y
B
x
y
40
C
D
A
B
41
E
F
A
B
C
D
42
C
D
A
x
B
x
43
B
A
C
D
44
B
A
C
E
D
b
a
e
d

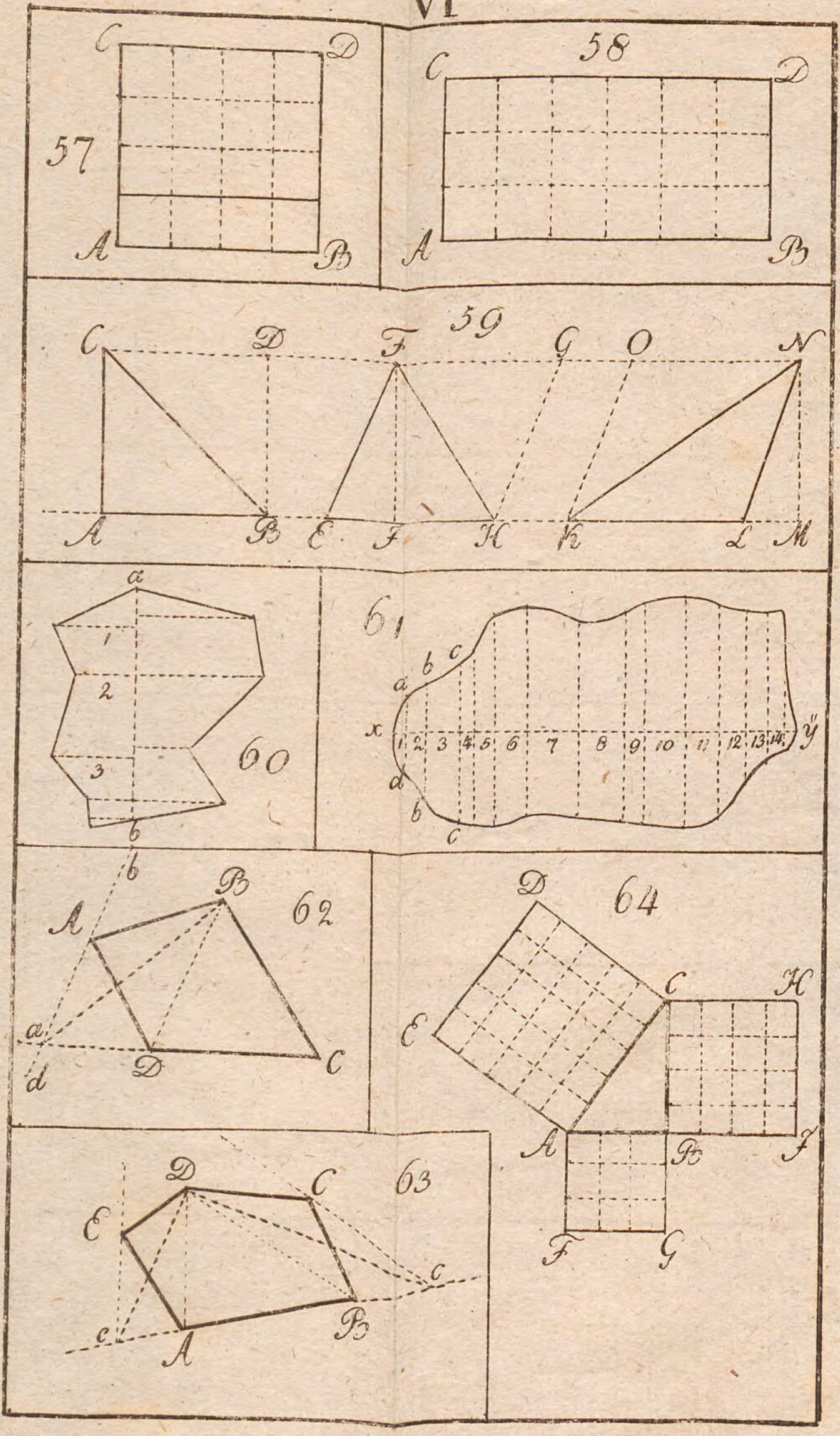
IV

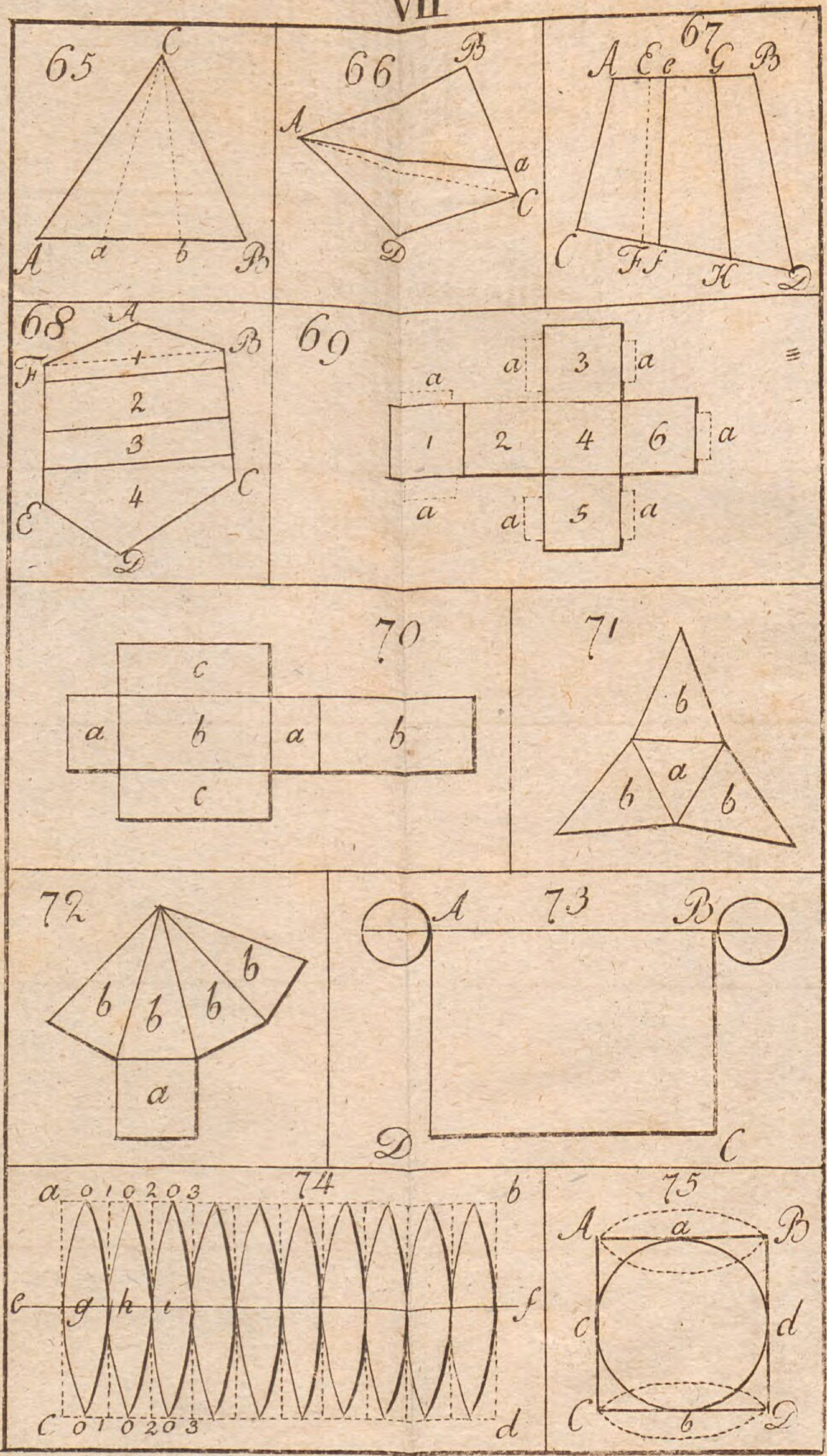

45
A B C D
a b c d
46
A B C D
a b c d
47
C E G D
A F H B
48
C E F G D
A F K H B
49
a B b c d A C G
50
A D C B

V



VI


57
C D A B
58
C D A B
59
C D F G O N
A B E F H K L M
60
a 1 2 3 b
61
a b c x y d b c
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
62
A B C D a b d
63
D C E A B c e
64
D E C H A B I F G



Geometri für Kinder

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hollenberg, Georg H.

Vorübungen zur practischen und theoretischen Geometrie

Göttingen 1791

Math.p. 626
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083049-7
VD18 10609423-002